# Guía para el Análisis de Estructuras de Mampostería



Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural Comité de Mampostería

septiembre de 2008



Con patrocinio del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología: CONACYT Fondo Sectorial de la Comisión Nacional de Fomento para la Vivienda: CONAFOVI

Participantes en orden alfabético...

Dr. Sergio Alcocer	Instituto de Ingeniería
M.I. Javier Cesín F.	Grupo Kapra S. A. de C. V.
M.I. Leonardo Flores Corona	Centro Nal. de Prev. de Desastres (CENAPRED)
Dr. Oscar Hernández Basilio	
Dr. Juan José Pérez-Gavilán	E. Instituto de Ingeniería (presidente)
M.I. Raul Jean Perrilliat	IOIS S. A.
Dr. Amador Terán	Universidad Autónoma Metropolitana (UAM)
Ing. Oscar Zúñiga Cuevas	Estudiante de doctorado UAM
Dr. José Luis Rangel	Universidad Autónoma Metropolitana (UAM)
Ing. Raúl Granados	

#### INSTITUCIONES INVOLUCRADAS

Instituto de Ingeniería de la UNAM Universidad Autónoma Metropolitana Centro Nacional para la prevención de Desastres (CENAPRED) Investigación de Operaciones e Ingeniería de Sistemas S.A. Grupo Kapra S. A. de C. V.

Financiamiento: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) Fondo Sectorial de la Comisión Nacional para el Fomento de la Vivienda (CONAFOVI)

## CONTENIDO

1	P	RESENTACIÓN	1
	1.1	ANTECEDENTES	.1
	1.2	LA PROBLEMÁTICA	.1
	1.3	OBJETIVOS	. 2
2			
Z	IV	IATERIALES	4
	2.1	CEMENTO	.4
	2.2	CAL	. 5
	2.3	AGREGADO FINO	. 5
	2.4	MORTERO	. 6
	2.	4.1 Mezcla del Mortero por medios manuales	. 7
	2.	4.2 Mezcla del Mortero por medios mecánicos	. 7
	2.	4.3 Proporcionamiento de mortero	. 7
	2.5	PIEZAS DE MAMPOSTERIA	. 8
	2.	5.1 Tipos de piezas de mampostería:	. 8
	2.	5.2 Resistencia minima de piezas de mamposteria:	.9
	2.	5.3 Peso volumétrico minimo de piezas en estado seco:	.9
	2.	5.4 Absorción máxima de agua:	10
	2.	5.5 Absorcion inicial de agua	10
	2.	5.6 Plezas macizas y nuecas	10
	2.	5.7 Resistencia a compresion de piezas de mamposteria	11
	2.0	6.1 Mádula da alacticidad	12
	2.	6.2 Posiciencia a compreción	12
	Ζ.		12
3	PI	ROYECTO ARQUITECTÓNICO	14
	3.1	PROBLEMAS DE IRREGULARIDAD EN PLANTA	14
	3.2	PROBLEMAS DE IRREGULARIDAD VERTICAL	15
	3.3	CONFIGURACIÓN DE UNA CASA	18
4	CI	RITERIO GENERAL	21
	4 1		
	4.1	SECCION AGRIETADA	22
5	Μ	IÉTODO SIMPLIFICADO	26
	5.1	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	26
	5.2	Ejemplo:	29
	5.3	EFECTO DE LA ASIMETRÍA EN PLANTA	29
	5.4	HIPÓTESIS PLÁSTICA	31
	5.5	REQUISITOS PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO SIMPLIFICADO	31
6	c		34
Ũ			<u> </u>
	6.1	Muros Largos	35
	6.2	DIVISION DE MUROS EN SEGMENTOS	36
	b.3	KIGIDEZ DE LAS LOSAS	3/ 20
	b.4		39
	o.5	EXPERIMENTUS NUMERICUS	43 12
	ь. СС		43 ∧⊑
	0.0 6 7		43 17
	۲.0 ۲	71 Proniedades Material	+/ 18
	0.		40

7	ELEMENTO FINITO	50
	7.1 Bases del método	50
	7.2 ESFUERZO	50
	7.3 RELACIÓN DE CAUCHY	51
	7.4 DEFORMACIÓN Y DESPLAZAMIENTO	52
	7.5 RELACIÓN CONSTITUTIVA	52
	7.6 DISCRETIZACIÓN	53
	7.7 ENERGÍA POTENCIAL TOTAL MÍNIMA	55
	7.8 INTEGRACIÓN: CAMBIO DE COORDENADAS.	56
	7.9 DERIVADAS CON RESPECTO A COORDENADAS GLOBALES	58
	7.10 CONDICIONES PARA LA CONVERGENCIA	59
	7.11 PRUEBAS NUMERICAS	59
	7.11.1 Elementos mecanicos	59
	7.11.2 Rigideces relativas	01
8	DIAGONAL EQUIVALENTE	63
	8.1 COMPORTAMIENTO	63
	8.2 MODELO DE ANÁLISIS	66
	8.3 REVISIÓN DE LOS ELEMENTOS	69
	8.3.1 Revisión de la resistencia a cortante del muro	69
	8.4 REVISIÓN DE LOS ELEMENTOS DEL MARCO	69
9	DISEÑO POR TORSIÓN SÍSMICA	71
		71
		/ 1
	9.4 Torsión sísmica estática	/ 2
	9.5 DISTRIBUCIÓN DEL CORTANTE POR TORSIÓN ENTRE LOS ELEMENTOS RESISTENTES	73
	9.5.1 Excentricidad de piso.	73
	9.5.2 Excentricidad de entrepiso	74
	9.6 PROCEDIMIENTO SIMPLIFICADO DE DISEÑO POR TORSIÓN, PSD	75
	9.7 APLICACIÓN	76
	9.8 Consideraciones para el análisis	77
	9.8.1 Análisis por cargas verticales	77
	9.8.2 Análisis por cargas laterales	77
	9.9 EJEMPLOS	78
	9.9.1 Modelo simplificado	78
	9.10 CASA HABITACIÓN DE DOS PISOS	80
	9.11 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	84
	9.12 REFERENCIAS	85
10	ANÁLISIS POR TEMPERATURA	87
	10.1 Introducción	87
	10.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO	87
	10.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS	89
	10.4 INCREMENTO DE TEMPERATURA EN LA LOSA DE AZOTEA	89
	10.5 MAMPOSTERÍA TIPO 1	91
	10.5.1 Sin Refuerzo Horizontal	91
	10.5.2 Con refuerzo Horizontal Mínimo	92
	10.6 MAMPOSTERÍA TIPO 2	92
	10.6.1 Sin Refuerzo Horizontal	92
	10.6.2 Con refuerzo Horizontal Mínimo	93

10	).7	INCREMENTO DE TEMPERATURA	93
10	).8	CONCLUSIONES	
11	INTE	RACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA	
11	l.1	Introducción	
11	L.2	CONCEPTOS BÁSICOS	
	11.2.	1 Soluciones Cerradas	
	11.2.	2 Método Matricial de las Rigideces (MMR)	
	11.2.	3 Módulo de reacción	
	11.2.	4 Ventajas y desventajas	
	11.2.	5 Métodos alternos	
	11.2.	6 Método de Elementos Finitos (MEF)	
	11.2.	7 Aplicación al análisis de interacción	
11	L.3	EJEMPLO DE APLICACIÓN	
	11.3.	1 Condiciones estratigráficas	
	11.3.	2 Resultados	
	11.3.	3 Mediciones y observaciones de campo	
	11.3.	4 Conclusiones	
11	L.4	REFERENCIAS	
12	ENTR	EPISOS BLANDOS	
12	2.1	PROBLEMÁTICA O CONSECUENCIAS DE LOS ENTREPISOS BLANDOS	
12	2.2	ASPECTOS REGLAMENTARIOS	
12	2.3	RECOMENDACIONES	
12	2.4	REFERENCIAS	
13	ANÁ	LISIS NO LINEAL	
13	3.1	INTRODUCCIÓN	
13	3.2	DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ	
13	3.3	MODELO MODIFICADO DE LA COLUMNA ANCHA	
13	8.4	ANALISIS NO LINEAL DE EDIFICACIONES DE MAMPOSTERÍA CONFINADA	
13	8.5	DETERMINACIÓN DEL GRADO DE DAÑO EN LA MAMPOSTERÍA	
13	8.6	Sistema Equivalente de un Grado de Libertad	
13	3.7	CONCLUSIONES	
13	8.8	REFERENCIAS	

## PRESENTACIÓN

#### 1.1 ANTECEDENTES

La Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, en diciembre del 2004 integró el Comité de Mampostería, con la participación de especialistas de distintas instituciones de investigación y docencia y distinguidos profesionales relacionados con el análisis, diseño y construcción de estructuras de mampostería. Los miembros del comité participan de manera desinteresada con el respaldo de las instituciones de su adscripción. La primera tarea del comité es la de generar un compendio de recomendaciones para el análisis de estructuras de mampostería, que sean consistentes con los criterios de diseño reconocidos, especialmente los establecidos en las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería, del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal.

#### 1.2 LA PROBLEMÁTICA

En los últimos años se ha realizado un esfuerzo considerable por conocer mejor el comportamiento de la estructuras de mampostería, especialmente ante acciones sísmicas. El resultado de este esfuerzo se refleja en una normatividad moderna en la que se han revisado, prácticamente, cada uno de los aspectos relacionados con el diseño de estas estructuras, entre otros: los materiales constitutivos de la mampostería, el beneficio del refuerzo horizontal y el uso de mallas, la mampostería confinada, el detallado en castillos y, especialmente, la resistencia de la mampostería ante cargas laterales etc. En todos estos aspectos se incluyen avances importantes que contribuyen a lograr diseños más racionales y consecuentemente que permiten un mejor aprovechamiento de los materiales

En este proceso de racionalización del diseño, el comité de mampostería identificó que el análisis estructural, esto es, la determinación de la magnitud y la distribución de las acciones en los elementos resistentes, es uno de los aspectos que dan lugar a mayores diferencias entre los resultados obtenidos por distintos ingenieros, en la práctica profesional. Esta variabilidad en los resultados de los análisis se atribuye a la falta de criterios claros para la modelación de estas estructuras.

Las NTCDF hacen ya algunas recomendaciones en cuanto a los modelos estructurales por ejemplo en su sección 3.2.3.2 se hacen algunas precisiones acerca del modelo de columna ancha y especifica anchos efectivos de losa ..etc., pero examinando la sección con detenimiento nos enfrentamos a serios obstáculos para su uso. (ver NTCDF 4º párrafo de la sección 3.2.3.2).

¿Qué hacer cuando el muro tiene aberturas?, ¿Cómo se debe decidir si debe de segmentarse o no el muro en el modelo?. Dar respuesta a estas importantes interrogantes requeriría de una evidencia experimental debidamente asimilada en recomendaciones concretas. Sin embargo dicha evidencia no existe: por ejemplo, no se cuenta con experimentos encaminados a establecer el comportamiento de muros de relación de aspecto que difiera sustancialmente de 1.0, muros largos con castillos intermedios y muy pocos experimentos de muros con aberturas.

En otra parte, el reglamento deja amplio margen para la interpretación, por ejemplo en su sección 3.2.1 que pide el uso de secciones agrietadas cuando se presenten tensiones en el elemento. Para determinar si un muro tendrá tensiones es necesario conocer la fuerza axial y momento flexionante en el muro, que se obtendrían del análisis, esto implica un análisis iterativo donde se varían las rigideces (i.e. una análisis no lineal).

La situación se agrava si se tiene en cuenta que existen varios procedimientos de análisis reconocidos en la literatura: El método de la diagonal equivalente, el método del puntal y tirante, el método de la columna ancha, el método estático...etc., o bien modelos a base de marcos planos y modelos tridimensionales utilizando programas de análisis elástico lineal. Todos ellos dan resultados distintos y en ocasiones contradictorios.

Esta no es una situación deseable, por distintas razones: entre otras, que no favorece el diseño eficiente de las estructuras al no existir un marco normativo suficientemente claro que todos los profesionistas acepten como adecuado, dando lugar a estructuras costosas. O bien, que al tratar de hacer un diseño óptimo se incurra en consideraciones incorrectas que estén permitidas dentro del marco regulatorio, dando lugar a estructuras inseguras. En este contexto muchos diseñadores optan por la simplicidad utilizando modelos plásticos para estructuras que no cumplen las hipótesis de dichas simplificaciones pero que sin embargo por ser procedimientos muy establecidos no ponen en entredicho sus diseños. Por último pero quizá no menos importante, es que el deslinde de responsabilidades en caso de fallas en las estructuras, no es siempre posible.

## 1.3 OBJETIVOS

Ante la problemática que se ha planteado en los párrafos anteriores, el Comité de Mampostería se fijo los siguientes objetivos:

- Generar un conjunto de recomendaciones para el análisis estructural estático y dinámico de estructuras de mampostería dirigidas a los profesionales encargados del diseño de este tipo de edificaciones.
- Revisar los métodos de análisis existentes y sus hipótesis para tratar de delimitar sus alcances y limitaciones.
- Revisar los aspectos elementales del comportamiento de la mampostería ante cargas laterales, las propiedades índice de los materiales que constituyen la mampostería y los aspectos del detallado
- Introducir al ingeniero de la práctica a métodos de análisis no lineal

La guía está encaminada, principalmente, a dar recomendaciones para el análisis de edificios que no cumplen los requisitos que se requieren para aplicar el método simplificado.

Se anexan comentarios sobre la reglamentación existente y se proporcionan ayudas de diseño independientes e interfases con programas de análisis y diseño comerciales, ya que

se considera que una de las razones para el no empleo de este conocimiento, es la falta de apoyo en el pre y post proceso de los resultados del análisis.

## **PARTE I** Preliminares

#### 2 MATERIALES

Sin intentar profundizar en la descripción y características de los materiales, que es un tema ampliamente tratado en otras publicaciones, sí es de gran interés hacer comentarios en cuanto a la influencia del material seleccionado para el proyecto dentro del modelo de análisis. Se hará énfasis en las diferencias de comportamiento de piezas huecas contra macizas, la selección de la modalidad de refuerzo (simple, confinada reforzada, con refuerzo horizontal, con malla y mortero, o muros de concreto).

En especial se hablará de la selección de los módulos de elasticidad y rigidez que son fundamentales para el análisis estructural, así como de la recomendación de realizar ensayes de materiales en laboratorios acreditados.

#### 2.1 CEMENTO

#### Norma: NMX-C-414-ONNCCE

El cemento hidráulico es un material inorgánico finamente pulverizado, comúnmente conocido como cemento. Al agregarle agua al cemento, ya sea solo o mezclado con arena, grava u otros materiales similares, tiene la propiedad de fraguar y endurecer, incluso bajo el agua. Esto es en virtud de reacciones químicas durante la hidratación. Una vez endurecido, conservará su resistencia y estabilidad.

tipo	denominación	descripción
СРО	Cemento Portland ordinario	Cemento producido a base de la molienda del clinker Portland y usualmente sulfato de calcio
СРР	Cemento Portland puzolánico	Resulta de la molienda conjunta del clinker Portland, materiales puzolánicos y usualmente, sulfato de calcio.
CPEG	Cemento Portland con escoria granulada de alto horno	Resulta de la molienda conjunta del clinker Portland, escoria de alto horno y usualmente, sulfato de calcio.
СРС	Cemento Portland compuesto	Resulta de la molienda conjunta del clinker Portland, sulfato de calcio y una mezcla de materiales puzolánicos, escoria de alto horno y caliza. En el caso de la caliza, este puede ser el único componente.
CPS	Cemento Portland con humo de sílice	Resulta de la molienda conjunta del clinker Portland, humo de sílice y usualmente, sulfato de calcio.
CEG	Cemento con escoria granulada de alto horno	Resulta de la molienda conjunta del clinker Portland y mayoritariamente escoria granulada de alto horno y sulfato de calcio.

#### Tabla 2.1 Tipos de cemento

#### 2.2 CAL

#### Norma: NMX-C-003-ONNCCE

La cal es el producto que se obtiene calcinando la piedra caliza por debajo de la temperatura de descomposición del óxido de calcio. En ese estado se denomina cal viva (CaO) y si se "apaga" sometiéndola al tratamiento de agua, se le llama cal apagada (hidróxido de calcio).

Se conoce con este nombre comercial a la especie química de hidróxido de calcio, la cual es una base fuerte formada por el metal calcio unido a dos grupos hidróxidos.

Debe contener un mínimo de 80% de óxido de calcio y un máximo de 5% de óxido de magnesio.

Se conoce como cal hidráulica a la cal compuesta principalmente de hidróxido de calcio, sílica (SiO2) y alúminica (Al2O3) o mezclas sintéticas de composición similar. Tiene la propiedad de fraguar y endurecer debajo del agua

#### 2.3 AGREGADO FINO

Norma: NMX-C-111-ONNCCE

El agregado fino es conocido como arena. Debe tener una composición granulométrica con un módulo de finura entre 2.30 y 3.10.

El módulo de finura se obtiene sumando los porcentajes retenidos acumulados en 6 cribas (no. 4, 8, 16, 30,50 y 100) y dividiendo entre 100

El retenido parcial en cualquier tamiz no debe ser mayor del 45%



Figura 2.1 Curvas granulométricas

	Tabla 2.2 Ejemplo de granulometría			
CRIBA	Retenido mínimo	Retenido máximo	Ejemplo	
Charola	100%	100%	100%	
0.150 (100)	90%	98%	92%	
0.300 (50)	70%	90%	76%	
0.600 (30)	40%	75%	58%	
1.18 (16)	15%	50%	39%	
2.36 (8)	0%	20%	19%	
4.75 (4)	0%	5%	1%	
9.5 (3/8")	0%	0%	0%	

**T** | | **A A A** 

En el ejemplo anterior, la curva corresponde a una arena con la granulometría que se muestra en la Tabla 2.2

Como se podrá apreciar, entre más "grueso" el material, mayor es el módulo de finura.

Esta es una propiedad fundamental de la arena, pues es factor determinante en el diseño de mezclas, en la cantidad de cemento y agua que debe adicionarse. Adicionalmente los límites máximos de sustancias nocivas son los que se indican en la Tabla 2.3

. . . . .

. . . . . . .

. .

labla 2.3 Agregado sustancias nocivas				
Sustancia nociva	Máximo % en masa de la muestra total			
Grumos de arcilla y partículas deleznables	3.0			
Materiales finos que pasan la criba F0.075 (200)				
En concreto sujeto a abrasión	3.0			
En otros concretos	5.0			
Carbón y lignito				
En concreto aparente	0.5			
En otros concretos	1.0			

La prueba para la determinación de impurezas orgánicas se especifica en la norma NMX-C-88-ONNCCE

#### 2.4 MORTERO

El mortero es una mezcla de agregado fino, generalmente arena y uno o varios aglutinantes y agua.

Como aglutinantes se puede emplear cemento, cemento blanco y/o calhidra.

La lechada se diferencia del mortero en que no emplea agregado fino.

De acuerdo al Reglamento de Construcciones del Distrito Federal 2004, el mortero se clasifica en tipo I,II y III con base en su resistencia, la cual debe ser al menos 125, 75 y 40 kg/cm<sup>2</sup>, respectivamente

#### 2.4.1 MEZCLA DEL MORTERO POR MEDIOS MANUALES

- Se mezclan en seco la arena y el o los aglutinantes hasta alcanzar una mezcla homogénea.
- Se agrega el agua hasta lograr la consistencia deseada, cuidando la dosificación (entre el 35% y 45% del agregado fino).

#### 2.4.2 MEZCLA DEL MORTERO POR MEDIOS MECÁNICOS

- Se introducen en la revolvedora todos los componentes en seco y se revuelven hasta alcanzar una mezcla homogénea.
- Se agrega el agua en la proporción especificada y se continúa un minuto más

#### 2.4.3 PROPORCIONAMIENTO DE MORTERO

El proporcionamiento por volumen del mortero se debe llevar a cabo de acuerdo a la Tabla **4** 

	Tabla2.4 Proporcionamiento por volumen de mortero					rtero
Tipo	Prop.	F*j	Cem	Cal	Arena	Agua
	Vol.	Kg/cm <sup>2</sup>	L	L	L	L
Ι	1:1/4:2.8	125	294	74	827	310
I	1:1/4:3.8	125	250	63	939	264
Ш	1:1/2:3.4	75	244	122	824	321
Ш	1:1/2:4.5	75	208	104	936	274
Ш	1:1:4.5	40	189	189	852	310
Ш	1:1:6	40	160	160	963	263

Pueden hacerse las siguientes observaciones

- El empleo de arena muy fina, aumenta la contracción.
- Debe verificarse el módulo de finura.
- La cal hidratada mejora la adherencia, aumenta la impermeabilidad, logra una mezcla más plástica, retarda ligeramente el fraguado, pero reduce la resistencia.
- Debe prepararse el mortero sobre una superficie no absorbente, para evitar la pérdida de agua y la contaminación del mismo.

- Es importante que se diseñe la mezcla con la cantidad mínima de agua para hacerlo trabajable.
- El RCDF indica además: que si el mortero empieza a endurecerse, podrá remezclarse hasta que vuelva a tomar la consistencia deseada agregándole un poco de agua si es necesario. Sólo se aceptará un remezclado.
- Además que los morteros a base de cemento portland ordinario deberán usarse dentro del lapso de 2.5 h a partir del mezclado inicial.

#### 2.5 PIEZAS DE MAMPOSTERÍA

### 2.5.1 TIPOS DE PIEZAS DE MAMPOSTERÍA:

Norma: NMX-C-404-1997-ONNCCE

La Tabla 2.5 muestra los tipos de piezas de mampostería y los materiales con los que suelen ser fabricados. La diferencia entre un bloque o un tabicón es dimensional, como se muestra en la Tabla 2.6

·	. ,	
Tipo de pieza	Materiales	Forma
Bloque macizo hueco	Grava-cemento	Rectangular
	Arena-cemento	Rectangular
	Barro extruido	Rectangular
	Arcilla recocido	Rectangular
	Otros	Otras
Tabique macizo (ladrillo) hueco y	Silicio calcáreo	Rectangular
multiperforado	Barro extruído	Rectangular
	Arcilla recocido	Rectangular
	otros	Otras
Tabicón	Grava-cemento	Rectangular
	Arena-cemento	Rectangular
	Tepojal-cemento	Rectangular
	otros	Otras

#### Tabla 2.5 Tipos de pieza y material de fabricación

	2 2	D'			
i ania	<b>/h</b>	LIIMANCIONAC	an	niezac	tinicas
and	2.0	DITICITSIONES	uc	piczus	upicus

Pieza	Dimensiones
Ladrillo	pieza paralelepípeda de dimensiones teóricas de 2.5x7x28 cm.
Tabique	Pieza de arcilla de 7x14x28 cm. Mínimo: 5x10x19 cm
Bloque	Pieza de concreto o de otros materiales. Mínimo 10x10x30 cm
Tabicón	Pieza de concreto o de otros materiales. Mínimo 6x10x24 cm

Como se aprecia, un bloque es mayor que un tabicón. Un tabique es la pieza conocida estándar 7x14x28, aunque empieza a declinar para ceder paso a un bloque de 14x14x28, debido a la velocidad que se consigue en su construcción.

Cabe aclarar que México es el único país en donde se conoce como tabique a una pieza de mampostería. En otros países de habla hispana, el tabique es un muro de relleno sin función estructural (de ahí el tabique nasal) y el ladrillo es lo que aquí conocemos como tabique.

Los requisitos de resistencia varían para cada tipo de pieza y la absorción mínima y máxima:

#### 2.5.2 RESISTENCIA MÍNIMA DE PIEZAS DE MAMPOSTERÍA:

Norma: NMX-C-404-1997-ONNCCE, NMX-C-036 (método de prueba)

Tabla 2.7 Resistencia mínima a la compresión de piezas				
Tipo de pieza	Resistencia (kg/cm <sup>2</sup> )			
Bloques	60			
Tabique (ladrillo) recocido	60			
Tabique (ladrillo) extraído	60 (hueco horizontal) 100 (hueco vertical)			
Tabicones	100			

Como se observa, se exige más a un tabicón que a un bloque, respecto de su resistencia mínima.

#### 2.5.3 PESO VOLUMÉTRICO MÍNIMO DE PIEZAS EN ESTADO SECO:

Tabla 2.8 Peso volumétrico mínimo de piezas en estado seco

Tipo de pieza	Valores en kN/m <sup>3</sup> (kg/m <sup>3</sup> )	
Tabique de barro recocido	13 (1300)	
Tabique de barro con huecos verticales	17 (1700)	
Bloque de concreto	17 (1700)	
Tabique de concreto (tabicón)	15 (1500)	

- El parámetro anterior busca limitar el empleo de arenas muy ligeras (tipo tepujal) en la fabricación de piezas.
- La absorción de agua, se verifica bajo tres aspectos: absorción máxima, mínima e inicial.

- Las tres juegan un papel diferente. Una pieza que es muy absorbente tiende a secar una mezcla. Si se emplea saturada puede aportar una gran cantidad de agua al mortero, haciéndolo inservible.
- La absorción inicial tiene un efecto directo sobre la fabricación y la cantidad de humedad que deben tener las piezas al ser colocadas.
- La absorción mínima, aunque no se reglamenta, es necesaria para la integración química del mortero con la pieza. Véase por ejemplo el caso de los bloques de vidrio, estos deben tener una forma especial debido a su nula absorción.

## 2.5.4 ABSORCIÓN MÁXIMA DE AGUA:

Norma: NMX-C-404-1997-ONNCCE, NMX-C-037 (método de prueba)

Tabla 2.9 Absorción máxima de agua de pieza		
Tipo de pieza	Absorción máxima de agua en % durante 24 h	
Bloques	9-20	
Tabique (ladrillo) recocido	13-21	
Tabique (ladrillo) extruído	12-19	
Tabicones	9-20	

## 2.5.5 ABSORCIÓN INICIAL DE AGUA

Norma: NMX-C-404 (método de prueba)

Desafortunadamente no se especifica en la norma límites para este tipo de absorción, solo el método de prueba.

#### 2.5.6 PIEZAS MACIZAS Y HUECAS

El RCDF hace una distinción desde el punto de vista del comportamiento de las piezas en macizas y huecas:

PIEZAS MACIZAS: aquéllas que tienen en su sección transversal más desfavorable un área neta de por lo menos 75 por ciento del área bruta, y cuyas paredes exteriores no tienen espesores menores de 20 mm.

PIEZAS HUECAS: son las que tienen, en su sección transversal más desfavorable, un área neta de por lo menos 50 por ciento del área bruta; además, el espesor de sus paredes exteriores no es menor que 15 mm. Para piezas huecas con dos hasta cuatro celdas, el espesor mínimo de las paredes interiores deberá ser de 13 mm. Para piezas multiperforadas, cuyas perforaciones sean de las mismas dimensiones y con distribución uniforme, el espesor mínimo de las paredes interiores será de 7 mm. Se entiende como piezas multiperforadas aquéllas con más de siete perforaciones o alvéolos. Sólo se permite usar piezas huecas con celdas o perforaciones ortogonales a la cara de apoyo.

Nótese que no se define como pieza hueca aquella que no es maciza. Es decir, también hay requisitos mínimos si es que se emplean para muros estructurales.

La importancia de esta distinción se debe a su forma de comportamiento.

Ante carga lateral, debido a una mayor resistencia de una pieza maciza, las fisuras que se presentan tienden a seguir el mortero y por lo tanto, generan trayectorias más largas y un mejor comportamiento. En cambio, las piezas huecas son fácilmente atravesadas por las fisuras y conllevan a un comportamiento más frágil. De ahí, que el coeficiente de ductilidad dependa del tipo de pieza que se esté empleando.

Comentarios adicionales sobre los tipos de piezas:

- La selección de una pieza no sólo impacta el costo, sino también el comportamiento estructural y la velocidad de construcción, así como el detallado en planos.
- Por ejemplo, seleccionar piezas de bajo espesor tipo tabique, permite un manejo más cómodo para el albañil, pero eleva la cantidad de mortero y el número de hiladas. Emplear en cambio una pieza de mayor peso, por ejemplo un bloque, exige un mortero más seco y mayor control de humedad, pues el propio peso de la pieza tiende a desplazar el mortero hacia fuera.
- El ritmo de obra debe ser calibrado pues, considerando tanto las características del mortero y las piezas a emplearse.
- Por otro lado, el empleo de piezas de alta resistencia, debe estar acompañado de morteros de resistencia mayor o similar, ya que es el conjunto pieza-mortero la que resistirá las acciones de la naturaleza.

#### 2.5.7 RESISTENCIA A COMPRESIÓN DE PIEZAS DE MAMPOSTERÍA

Norma: NMX-C-036.

El valor de la resistencia, fp\*, es medida sobre el área bruta y debe ser alcanzado por lo menos por el 98 por ciento de las piezas producidas.

$$fp^* = \frac{fp}{1 + 2.5c_p}$$

donde  $\overline{fp}$  media de la resistencia a compresión de las piezas, referida al área bruta;

 $c_p$  coeficiente de variación de la resistencia a compresión de las piezas. No se tomará menor que 0.20 para piezas provenientes de plantas mecanizadas que evidencien un sistema de control de calidad como el requerido en la norma NMX-C-404-ONNCCE, ni que 0.30 para piezas de fabricación mecanizada, pero que no cuenten con un sistema de control de calidad, ni que 0.35 para piezas de producción artesanal. La resistencia mínima a compresión de las piezas de la Norma Mexicana NMX-C-404-ONNCCE corresponde a la resistencia fp\*.

#### 2.6 MUROS DE MAMPOSTERÍA

Un muro de mampostería es el conjunto formado por piezas de mampostería, mortero, acero de refuerzo interior, castillos y material de relleno de castillos.

Adicionalmente puede alojar diversos elementos sin resistencia estructural, pero que pueden alterar el comportamiento del muro, tales como vanos de puertas, ventanas y ductos así como instalaciones hidráulicas y eléctricas.

El acabado del muro carece de importancia para fines del comportamiento, a menos que se trate de una capa armada adecuadamente y con un material resistente como puede ser concreto reforzado con malla o fibra de carbono.

Las propiedades índices de un muro de mampostería son:

 $f_m^*$ : resistencia a compresión  $v_m^*$ : resistencia a compresión diagonal  $E_m$ : módulo de elasticidad de la mampostería  $G_m$ : módulo de cortante.

Tradicionalmente se ha hecho énfasis en la resistencia a compresión, sin embargo, la resistencia a compresión diagonal es el parámetro principal en la determinación de la resistencia ante carga lateral. Los módulos de elasticidad varían de acuerdo a la intensidad de la carga especificándose en el RCDF lo siguiente:

## 2.6.1 MÓDULO DE ELASTICIDAD

Para mampostería de tabiques y bloques de concreto:

 $E_m = 800 f_m^*$  para cargas de corta duración  $E_m = 350 f_m^*$  para cargas sostenidas

Para mampostería de tabique de barro y otras piezas, excepto las de concreto:  $E_m = 600 f_m^*$  para cargas de corta duración (2.7)  $E_m = 350 f_m^*$  para cargas sostenidas

El módulo de cortante de la mampostería se puede tomar como G<sub>m</sub> = 0.4 E<sub>m</sub>

Como se puede apreciar, una mayor velocidad de carga implica un mayor módulo de elasticidad.

#### 2.6.2 RESISTENCIA A COMPRESIÓN

Norma: Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería del Distrito Federal. Artículo 2.7.1.1

La resistencia a compresión  $f_m^*$  (sobre el área bruta) se determina a través de pilas formadas por una pieza de base y un mínimo de tres piezas de altura y con una relación

altura a espesor comprendida entre dos y cinco (de hecho la norma especifica una corrección por esbeltez).

Es evidente que la resistencia de una pila será menor que la de una sola pieza, por lo tanto:

 $f_m * < f_p *$ 

Las pilas se deben ensayar a los 28 días y debe tenerse cuidado en el manejo dado su peso, por lo que es recomendable que en lo posible, se realicen en el lugar de ensayo.

El RCDF proporciona alternativas para la determinación de la resistencia de diseño con base en las piezas y el mortero a emplear, sin embargo, es conveniente la realización de esta prueba al inicio de obra para certificar que se cumpla con lo establecido en el proyecto.



Figura 2.2 Pila de prueba de resistencia a la compresión

fp*	fm*, MPa (kg/cm²)		
MPa (kg/cm²)	Mortero I	Mortero II	Mortero III
10 (100)	5 (50)	4.5 (45)	4 (40)
15 (150)	7.5 (75)	6 (60)	6 (60)
≥ 20 (200)	10 (100)	9 (90)	8 (80)

**Tabla 2.10** Resistencia de diseño a compresión de la mampostería de piezas de concreto

El RCDF proporciona los siguientes valores indicativos que se muestran en la tabla 2.10

#### **3 PROYECTO ARQUITECTÓNICO**

En el caso especial de las estructuras para vivienda, la estructuración queda definida al establecer la geometría y posición de los elementos divisorios (muros) así como de sus aberturas y otros detalles especiales que se definen en el proyecto arquitectónico. Aunque en muchos casos el despacho de diseño debe partir de proyectos geométricos ya elaborados, sí es ventajoso hacer conciencia del buen o mal comportamiento que se obtendrá dependiendo de ciertas configuraciones arquitectónicas. Esto permitiría al encargado del análisis proponer modificaciones que mejoren el buen desempeño estructural sin restar funcionalidad y estética al proyecto.

En la ciudad de México y en gran parte del territorio nacional el arreglo de la estructura de una casa o de un edificio de mampostería debe estar definido por la necesidad de generar una buena respuesta ante los sismos. La forma en planta y en elevación así como la distribución de los muros juegan un papel muy importante en el comportamiento bajo la acción sísmica. En la actualidad la necesidad de resolver el problema de demanda de vivienda ha provocado el aumento desmedido de los edificios de departamentos que en muchos casos se resuelven con estructura de muros de mampostería. Esto ha generado proyectos en los que se ha olvidado el concepto de regularidad que se manifiesta en una distribución de espacios en planta que obedece a la idea de aprovechar al máximo el área del terreno que con mucha frecuencia es irregular. El resultado es un proyecto con un arreglo estructural fuertemente irregular y asimétrico, tanto en planta como en elevación. El problema se agrava en aquellos proyectos que requieren ubicar el estacionamiento de autos bajo los departamentos, dando lugar a uno de los conceptos más riesgosos de configuración que es el llamado "piso blando" o "piso débil".

Si bien las Normas Técnicas para Sismo dedican un espacio al concepto de regularidad e imponen castigos a las estructuras que no cumplen con determinados requisitos, esto no ha sido suficiente, pues cada vez es mayor el número de edificios muy irregulares, destacando en particular los de planta baja con piso débil.

A continuación se muestran los casos más comunes de irregularidad en los edificios de mampostería.

#### 3.1 PROBLEMAS DE IRREGULARIDAD EN PLANTA.

Los casos más comunes de irregularidad en planta corresponden a edificios que tienen alguna de las siguientes características:

- Asimetría en una o dos direcciones. La asimetría puede ser de la forma o de la distribución de la masa
- Formas en L, T, U, V, Z y en general, con esquinas entrantes pronunciadas
- Plantas muy alargadas
- Plantas rectangulares con huecos asimétricos

Los edificios con irregularidad en planta tendrán un comportamiento errático bajo la acción de un sismo como consecuencia de la torsión producida por la excentricidad de la masa con respecto al centro de rigidez d la estructura.



Figura 3.1 Irregularidades en planta



#### Figura 3.2 Planta alargada

#### 3.2 PROBLEMAS DE IRREGULARIDAD VERTICAL

En este grupo se tienen los siguientes casos:

- Formas asimétricas en elevación. Aunque en realidad todos los edificios son asimétricos en elevación, destacan en especial aquellos con forma de L donde el número de pisos es mayor en un extremo y en general formas escalonadas.
- Formas piramidales asimétricas o invertidas
- Formas de T en elevación
- Edificios con cambios abruptos de resistencia y rigidez (piso blando)

En estos edificios los cambios bruscos de masa, resistencia y rigidez modifican las hipótesis de comportamiento sísmico de la estructura. De acuerdo con dos connotados autores (Hanson y Degenkolb), los cambios bruscos en la resistencia y en la rigidez de una estructura se reflejan en problemas cuya importancia se resume en los términos siguientes: las fuerzas sísmicas se transmiten a través de la estructura de acuerdo con su rigidez; cuando existen cambios abruptos, se crean zonas de peligro y las hipótesis de distribución de las fuerzas a lo largo de la altura se modifican drásticamente aun cuando la estructura permanezca elástica, provocando cambios significativos la respuesta sísmica; el problema se agrava cuando la estructura incursiona en el rango inelástico.

En una estructura donde exista un piso muy flexible con respecto a los otros, la energía del sismo se concentrará en el ese piso. En las estructuras de mampostería uno de los casos más comunes corresponde al llamado al llamado piso blando o piso débil, creado en la planta baja del edificio en función de las necesidades de espacios abiertos requeridos para ubicar el estacionamiento. La estructura se transforma en este nivel en una de marcos, cuya rigidez es considerablemente menor que la de los pisos superiores consistente en muros de mampostería. Las demandas de energía requeridas en el primer piso para resistir adecuadamente las acciones sísmicas exigen una estructura dúctil en exceso y complementada en muchos casos con muros de concreto; adicionalmente la estructura requerirá también trabes y losas de gran peralte pare soportar el peso de los pisos superiores que se interrumpen en el primer nivel.

Las consecuencias de este problema se han manifestado en todos los sismos ocurridos en México y en otros países; desafortunadamente la lección de 1985 no ha sido asimilada por los ingenieros mexicanos que siguen aceptando proyectos arquitectónicos con este tipo de irregularidad sin considerar, en el análisis, en el diseño y en el detallado de la estructura las implicaciones estructurales provocadas por este problema.

Si bien es imposible obligar, o al menos convencer al arquitecto a proyectar formas regulares, pues las tendencias arquitectónicas a nivel mundial presentan edificios cada vez mas irregulares y más difíciles de representar con un modelo matemático que permita prever razonablemente su comportamiento bajo la acción sísmica, es necesario por parte del estructurista realizar un trabajo más completo que permita identificar las debilidades de la estructura y corregir los defectos previsibles. Las siguientes recomendaciones son solo enunciativas de lo que debe considerar el estructurista cuando enfrente un caso de estructura fuertemente irregular.



Figura 3.3 Piso débil



Figura 3.4 Muros de cortante discontinuos



Figura 3.5 Variación de rigideces de las columnas



3.3 CONFIGURACIÓN DE UNA CASA



Figura 3.7 Componentes de la estructura



a) Casa muy irregular

b) Casa regular

Figura 4.8 Localización de aberturas





- a) Plantas alargadas
- b) Plantas proporcionadas Figura 4.9 Longitud de la estructura



Figura 4.10 Simetría













a) Discontinuidad de muros



b) Muros alineados





a) Muros escasos en la dirección corta

b) Buena distribución de muros

Figura 4.13 Cantidad y distribución de muros

## PARTE II ANALISIS

#### 4 CRITERIO GENERAL

El criterio general para el análisis estructural de estructuras de mampostería lo establecen las NTCDF [sec 3.2.1]

La determinación de las fuerzas y momentos internos en los muros se hará, en general, por medio de un análisis elástico de primer orden. En la determinación de las propiedades elásticas de los muros deberá considerarse que la mampostería no resiste tensiones en dirección normal a las juntas y emplear, por tanto, las propiedades de las secciones agrietadas y transformadas cuando dichas tensiones aparezcan.

y se complementa con el criterio básico para el análisis por cargas laterales [sec 3.2.3.1

Para determinar las fuerzas y momentos internos que actúan en los muros, las estructuras de mampostería se podrán analizar mediante métodos dinámicos o estáticos (sección 3.2.3.2), o bien empleando el método simplificado de análisis descrito en la sección 3.2.3.3. Se deberá considerar el efecto de aberturas en la rigidez y resistencia laterales.

#### ....[sec 3.2.3.2]

La determinación de los efectos de las cargas laterales inducidas por sismo se hará con base en las rigideces relativas de los distintos muros y segmentos de muro. Estas se determinarán tomando en cuenta las deformaciones por cortante y por flexión. Para la revisión del estado límite de falla y para evaluar las deformaciones por cortante, será válido considerar la sección transversal agrietada en aquellos muros o segmentos más demandados. Para evaluar las deformaciones por flexión se considerará la sección transversal agrietada del muro o segmento cuando la relación de carga vertical a momento flexionante es tal que se presentan tensiones verticales.

Aunque el criterio es en apariencia suficientemente simple, su utilización puede complicarse. Por ejemplo, si la sección es asimétrica o cuando el muro esta cargado en forma no uniforme por carga vertical. En esos casos la sección agrietada dependería de la dirección del sismo. Esa condición no puede introducirse si se utiliza un análisis modal. En ese caso debe usarse la de menor inercia.

#### 4.1 SECCION AGRIETADA

Para determinar la sección agrietada es necesario contar con hipótesis acerca de la cinemática de la sección y las curvas esfuerzo deformación a compresión de los materiales: concreto de los castillos, mampostería y acero de refuerzo. Las NTC nos dan la pauta en su sección [3.1.6] que habla de las hipótesis para la obtención de resistencias de diseño a flexión. Estas hipótesis permiten hacer el equilibrio





Figura 4.1 Sección agrietada, Se muestra el diagrama de deformaciones, las fuerzas

resultantes y los brazos e palanca. Estos últimos deben tomarse respecto al centroide plástico de la sección. (El centroide plástico es la posición dentro de la sección, donde si se aplica una carga axial, no genera momento) (muro 300x12 k15)

- b) La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana.
- c) Los esfuerzos de tensión son resistidos por el acero de refuerzo únicamente.
- d) Existe adherencia perfecta entre el acero de refuerzo vertical y el concreto o mortero de relleno que lo rodea.
- e) La sección falla cuando se alcanza, en la mampostería, la deformación unitaria máxima a compresión que se tomará igual a 0.003...ojo el nivel de deformación no parece consistente..i.e. si segun el reglamento E=800"f\*m

y f\*m = E e, e= f\*m/E = 1/800= 0.00125 (1/600 = 0.0017, 1/300 0.0033 estático)

 f) A menos que ensayes en pilas permitan obtener una mejor determinación de la curva esfuerzo– deformación de la mampostería, ésta se supondrá lineal hasta la falla.

Las fuerzas internas que se desarrollan en la sección dependen del diagrama de deformaciones unitarias. Estas pueden calcularse en términos de dos parámetros: 1) la profundidad del eje neutro "c" y la deformación unitaria " $\varepsilon$ " en la fibra extrema a compresión. Las dos ecuaciones requeridas para calcular estos parámetros se obtienen del equilibrio de fuerzas y de momentos que relacionan la carga axial y el momento con los parámetros mencionados. Alternativamente, usando dichas ecuaciones de equilibrio, dados "C" y " $\varepsilon$ " pueden obtenerse las fuerzas internas "P" y "M". En ambos casos el problema puede no tener solución única.

Las ecuaciones de equilibrio, para la condición que se muestra en la Figura **4.1**, considerando, por simplicidad, que el área de concreto y el acero en el castillo están concentrados en el centroide del mismo. (Aceptable siempre que el castillo sea pequeño con relación a la longitud del muro) son:





$$P = P_{s1} + P_{c1} + P_m + P_{s2} + P_{c2}$$
$$M = (P_{s1} + P_{c1})z_1 + P_m z_m + (P_{s2} + P_{c2})z_2$$

donde

$$P_{s1} = A_{s} f_{s1} \quad P_{c1} = A_{c} f_{c1}$$

$$P_{s2} = A_{s2} f_{s2} P_{c2} = A_{c} f_{c2}$$

$$P_{m} = A_{m} f_{m} / 2$$

$$z_{1} = z_{2} = d / 2$$

$$z_{m} = 2(c_{n} - b / 2) / 3$$

y A<sub>m</sub> es el área de la sección de mampostería a compresión.

Haciendo el equilibrio de la sección para distintos valores de la profundidad del eje neutro y deformaciones de la fibra extrema a compresión, puede generarse la Figura **4.3**. En ella se muestran los valores de la carga axial y su excentricidad que refleja el momento, asociados a los parámetros ("C" y " $\varepsilon$ ").

Si del análisis se obtuviera que la excentricidad de la carga axial en el muro es 0.4 d y la carga axial P=0.3 Pm, la profundidad del eje neutro estaría dada aproximadamente por C=1.2 d (ver Figura **4.3**). Con este valor de "C" se calculan las nuevas propiedades "agrietadas" de la sección. Claramente si C resultara mayor que la longitud del muro, no hay tensiones, y la sección no se agrieta, por flexo compresión.



**Figura 4.3** Profundidad del eje neutro (c/d) dados la excentricidad (e/d=M/Pd, rojo) y la carga axial (P/Pm, azul) nominales. Donde Pm es la carga axial nominal máxima. Muro de 300x12 k15 As=4#3 f\*m=15 Em=800\*f\*m, Pm=116.5 T

El diagrama también indica el nivel de deformación unitaria y la curvatura ( $\epsilon$ /C) que se está demandando.

En el caso de muros en L, T o cualquier otra sección compuesta de varios segmentos de muro, el problema de conocer el diagrama de deformaciones se complica ya que en ese caso se tienen 3 ecuaciones de equilibrio: suma de fuerzas y suma de momentos en ambas direcciones. Las incógnitas son las profundidades de los ejes neutros de cada segmento de muro y la deformación unitaria del punto de unión entre los segmentos de muro que necesariamente debe ser la misma para cada uno de ellos. Si los elementos mecánicos provienen de un análisis tridimensional las incompatibilidades que pudieran surgir de hacer un análisis de la sección agrietada por segmento de muro se ven reducidos notablemente.

La rigidez a cortante también debe corregirse. En ese caso sería relativamente simple ya que podría modificarse directamente el valor del módulo de cortante por el factor [Zuñiga, Amador]

$$f_v = \frac{k_v}{k_{vo}} = \frac{d^{-1.46}}{25000} \le 1.0$$

Resulta evidente que el esquema propuesto en la NTCDF es en general difícil de llevar a cabo en la práctica profesional. La complejidad de los cálculos que involucra y las cada vez mayores limitaciones de tiempo y recursos con se cuenta para llevarlos a cabo suele ser la justificación.

Independientemente de que en el futuro estas limitaciones puedan eliminarse mediante el desarrollo de herramientas de cómputo adecuadas, el criterio general de las NTCDF debe alertar al diseñador de los posibles errores en el análisis.

Los efectos debidos a no considerar las secciones agrietadas son más importantes si no existe simetría en planta. En ese caso el diseñador deberá tener el cuidado de revisar el estado de agrietamiento de las secciones de al menos, los muros más importantes en cada dirección y en su caso repetir el análisis El resultado será, en general, que los muros a los que se les ha reducido la sección a una agrietada serán menos demandados. En consecuencia, y esa es la principal preocupación, otros muros tomarán más cortante del esperado originalmente.

La corrección de la rigidez a cortante es más importante en muros largos. Esto es debido a que, en esos casos, la rigidez lateral total del muro depende esencialmente de la rigidez a cortante.

#### 5 MÉTODO SIMPLIFICADO

Este tema ha sido ampliamente presentado en diversas publicaciones, sin embargo es conveniente incluirlo brevemente haciendo comentarios a su aplicabilidad y resolviendo algunos posibles conflictos en su interpretación. Se incluirá una descripción de los casos en donde no se debe aplicar el método (aunque sería útil para prediseño o como patrón de comparación de los resultados de otros métodos).

Este método en combinación con el método estático para determinar las fuerzas sísmicas es muy utilizado por su sencillez. Y siempre es útil como una primera estimación de las fuerzas en los muros.

En el método simplificado se considera que la fuerza cortante que toma cada muro o segmento, es proporcional a su área transversal; se ignoran los efectos de torsión y de momento de volteo y no toma en cuenta la flexibilidad del diafragma.

#### 5.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Si la estructura es simétrica con respecto a un eje que es paralelo a la dirección de análisis, la carga esta uniformemente distribuida y los muros están unidos por una losa muy rígida en su plano, entonces el desplazamiento de todos los puntos de la losa de un nivel determinado debido a una carga de inercia en dicha dirección de análisis será el mismo. En ese caso hipotético, la fuerza cortante que tomará cada uno de los muros será proporcional a su rigidez lateral relativa. (ver Figura **5.1**)



**Figura 5.1** Estructura simétrica respecto a un eje vertical, masa uniforme y losa rígida. En esas condiciones el cortante que toma cada muro es proporcional a su rigidez lateral.

En el método simplificado las rigideces son proporcionales al área de los muros. Para facilitar la comprensión de la rigidez lateral de un muro se puede considerar que esta dada por dos resortes en serie como en la Figura **5.2**. Intuitivamente, si la rigidez lateral a flexión  $k_f$  es muy grande comparada a la de cortante  $k_v$ , el desplazamiento total estará

dado por un pequeño desplazamiento por flexión y el resto por cortante y viceversa. Al despreciar una de la rigidez, digamos la de flexión, el efecto es ignorar los desplazamientos que se generan en el resorte de flexión (es como quitar del modelo el resorte), y por tanto la rigidez del muro resulta mayor.



**Figura 5.2** Rigidez lateral de un muro;  $k_m$  es la rigidez del muro,  $k_f$  es la rigidez del muro a flexión,  $k_v$  la rigidez del muro a cortante y u el desplazamiento total

Si la rigidez del resorte a flexión es muy grande con relación a la de cortante no se comete mucho error porque el desplazamiento total será casi igual al desplazamiento por cortante únicamente.

Las cantidades  $k_m / k_f y k_m / k_v$  pueden interpretarse como la fracción del desplazamiento total en el resorte de flexión y en el resorte de cortante respectivamente. En la Figura **5.3** se grafican estas cantidades en función de la relación de aspecto del muro H /L.



**Figura 5.3** Desplazamiento por flexión (rojo), cortante (azul) y desplazamientos según las NTCDF (negro) como fracción del teórico. La línea vertical indica H/L=4/3

En la figura se observa que en los muros con H/L<0.8, aproximadamente, el desplazamiento en el resorte de cortante es el que domina (deformación por cortante). Para muros con H/L>0.8, el desplazamiento en el resorte de flexión empieza a dominar.

Las NTCDF utilizan el área total del muro (rigidez a cortante) cuando H/L<4/3 y para H/L>4/3 utilizan una área efectiva que es el área total de la sección multiplicada por el factor  $F_{AE}$ <1.0. En la Figura **5.3** también se muestra  $k_m / k_{RDF}$  que sería el desplazamiento del resorte de cortante modificado según las NTCDF como fracción del desplazamiento teórico.

Con el método simplificado, al tomar la rigidez lateral proporcional al área de los muros en vez de la rigidez elástica teórica, equivale a despreciar las deformaciones por flexión. Eso resulta en que las rigideces de los muros largos son adecuadas, pero a medida que los muros son mas esbeltos, la rigidez de estos se exagera tremendamente (ver curva azul Figura **5.4**). Por ejemplo, para un muro con H/L=0.34 la rigidez se exagera en solo 15% que podría considerarse despreciable, sin embargo para un muro con H/L=4/3 la rigidez que usa las NTCDF es 3.36 veces mayor a la teórica. A partir de H/L=4/3 en adelante las NTCDF introducen un factor de reducción para el área de la sección que evita que se siga exagerando la rigidez de los muros esbeltos. (ver Figura **5.4**). Si tomáramos solo la rigidez a flexión de los muros, esta sería prácticamente correcta (solo 15% mayor) a partir de H/L=2.25 en adelante. Cuando las rigideces a flexión y cortante son iguales (H/L=0.8), y si solo consideráramos una de ellas, el desplazamiento que obtendríamos sería de la mitad y consecuentemente la rigidez del muro sería 2 veces la teórica, como efectivamente se observa en la Figura 5.4.

Todo esto resulta en que la rigidez relativa de los muros largos respecto a la rigidez del entrepiso se reduce y la de los muros esbeltos se incrementa notablemente con respecto a los valores teóricos. La proporción en que aumentan o disminuyen los cortantes en los muros también depende de cuanto aumenta la suma total de rigideces del entrepiso.



**Figura 5.4** Rigidez del muro tomando en cuenta solo el desplazamiento producido por flexión (rojo), cortante (azul) y cortante modificado por las RDF (negro).
### 5.2 EJEMPLO:

Usemos los muros de la Figura **5.1**. Supongamos que todos los muros están hechos del mismo material y que todos tienen el mismo ancho y misma altura *H*=2.4 m. Supongamos que las longitudes de los muros son *L*1=1.5 m *L*2=3.0 m y L3=5.0 m. Los resultados se muestran en la Tabla 5.1

m	L	К	k/ke	Ка	Ka/kae	ka/k	(ka/kae)/(k/ke)
1	1.5	0.049	0.041	0.174	0.088	3.539	2.146
2	3.0	0.247	0.206	0.400	0.202	1.619	0.982
3	5.0	0.609	0.507	0.833	0.421	1.369	0.830
		1.201		1.981			

Tabla 5.1 Comparación de rigideces relativas del método simplificado vs las teóricas

Como se había anticipado, la rigidez de todos los muros esta sobreestimada. (ka/k) sin embargo la comparación de rigideces relativas no es tan drástica como las rigideces. Esto se debe a que la suma de rigideces también crece significativamente. En cuanto a rigideces relativas, solo el muro más esbelto presenta un aumento considerable en rigidez relativa: es 2.136 veces mayor a la rigidez relativa teórica. En los muros de longitud intermedia (L=3 H/L=0.8) no hubo prácticamente variación. El método simplificado subestimó la rigidez relativa del muro largo siendo 0.83 veces la teórica.

Estos valores de las rigideces relativas indican también la proporción de la fuerza cortante que toman los distintos muros en comparación con la teórica: El muro esbelto tomará 2.146 veces mas cortante cuando se calcula su rigidez con el método simplificado, el muro de longitud intermedia casi no tuvo variación y el muro mas largo tomará menos cortante: 0.83 veces el cortante teórico.

## 5.3 EFECTO DE LA ASIMETRÍA EN PLANTA

Para tratar de valorar la importancia de la hipótesis de simetría consideremos una variante del ejemplo anterior: conservando la masa distribuida uniformemente, pero moviendo el muro central una cierta cantidad *d* que generará una excentricidad de rigideces *e*. Al mover el centro de rigideces con relación al centro de masas el cortante, que se asume debido a fuerzas de inercia, genera un momento.

En ambos casos: cuando se usan rigideces teóricas y las de las NTCDF, los muros de un extremo reciben más cortante, mientras que los muros en el extremo opuesto toman menos cortante dependiendo de la excentricidad. Sin embargo los distintos muros extremos, analizados con las rigideces según las NTCDF no cambian en la misma proporción. Debido, como ya se dijo, a que los muros cortos tienden a tomar mucho más cortante que el teórico. En la Figura 5.6.b cuando no hay excentricidad se llega a los



**Figura 5.5** Estructura asimétrica. Si la losa es rígida, para análisis en la dirección vertical se tienen dos grados de libertad: desplazamiento vertical v y giro  $\phi$  con los que se pueden calcular los desplazamientos en todos los muros. (se asume que el giro es pequeño i.e.  $\sin \phi \approx \phi$ 



Figura 5.6 Cortante en función de la excentricidad de rigideces: a) Con rigideces teóricas y comparadas contra el caso sin excentricidad, b) Con las rigideces que propone las NTCDF comparadas contra el caso con rigideces teóricas

valores que aparecen en la Tabla 5.1. Para una excentricidad del 10% de la planta (*e*/2) se ve en Figura 5.6.a que la variación del cortante en los muros extremos no excede del 15% que se considera razonable, como para considerar que la hipótesis de simetría sigue siendo válida para ese nivel de excentricidad.



**Figura 5.7** Condiciones de frontera de muros, no tomada en cuenta en el método simplificado.

Es importante notar adicionalmente que el criterio del método simplificado, no toma en cuenta las condiciones de frontera de los muros. Esta condición de frontera modifica la rigidez lateral por flexión y esta controlada por el parámetro  $\beta$  de la rigidez a flexión. Esta es una importante limitación del método simplificado i.e. el método no distingue entre marcos como los que se muestran en la Figura 5.7

## 5.4 HIPÓTESIS PLÁSTICA

Otro argumento que se ha utilizado para justificar el uso de una rigidez proporcional al área es la llamada hipótesis plástica. Esta consiste en considerar que si el desplazamiento es suficientemente grande para que todos los muros alcancen su resistencia y suponiendo un modelo elastoplástico perfecto, entonces el cortante en cada muro es igual al resistente. La resistencia a cortante está dada por

$$V_{mR} = F_R \left( 0.5 \, v_m^* \, A_T + 0.3 P \right) \le 1.5 F_R \, v_m^* \, A_T$$

Si se desprecia el efecto de la carga axial, se observa que efectivamente la resistencia a cortante es proporcional al área del muro.

Esto supone que la carga axial es pequeña; suposición que es válida en estructuras bajas, de pocos niveles, que no son esbeltas y que tienen una relación de aspecto en planta cercana a 1.0. Adicionalmente, se asume que todos los muros alcanzarán su resistencia debido a cortante. Esto en general no es cierto para muros esbeltos (H/L > 4/3)

## 5.5 REQUISITOS PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO SIMPLIFICADO

Las NTCDF por sismo, limitan la aplicación de este método de análisis al cumplimiento de una serie de requisitos. Los requisitos se transcriben abajo.

a) En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas verticales estarán soportadas por muros ligados entre sí mediante losas monolíticas u otros sistemas de piso suficientemente resistentes y rígidos al corte. Dichos muros tendrán distribución sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales y deberán satisfacer las condiciones que establecen las Normas correspondientes.

#### Se trata de garantizar que la estructura realmente esta formada por muros.

Para que la distribución de muros pueda considerarse sensiblemente simétrica, se deberá cumplir en dos direcciones ortogonales, que la excentricidad torsional calculada estáticamente, es, no exceda del diez por ciento de la dimensión en planta del edificio medida paralelamente a dicha excentricidad, b. La excentricidad torsional es podrá estimarse como el cociente del valor absoluto de la suma algebraica del momento de las áreas efectivas de los muros, con respecto al centro de cortante del entrepiso, entre el área total de los muros orientados en la dirección de análisis.

El área efectiva es el producto del área bruta de la sección transversal del muro y del factor FAE, que está dado por

$$F_{AE} = 1 ; \qquad \text{si} \frac{H}{L} \le 1.33$$
$$F_{AE} = \left(1.33 \frac{L}{H}\right)^2 ; \qquad \text{si} \frac{H}{L} > 1.33$$

donde H es la altura del entrepiso y L la longitud del muro. Los muros a que se refiere este párrafo podrán ser de mampostería, concreto reforzado, placa de acero, compuestos de estos dos últimos materiales, o de madera; en este último caso estarán arriostrados con diagonales. Los muros deberán satisfacer las condiciones que establecen las Normas correspondientes.

El factor *F*<sub>AE</sub> como se vio anteriormente evita que la rigidez calculada de muros esbeltos con solo la rigidez a cortante sea excesivamente grande.

b) La relación entre longitud y ancho de la planta del edificio no excederá de 2.0, a menos que para fines de análisis sísmico se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación entre longitud y ancho satisfaga esta restricción y las que se fijan en el inciso anterior, y cada tramo resista según el criterio que marca el Capítulo 7.

Cuando la dirección de análisis es en el sentido corto de una planta de relación de aspecto muy grande, puede haber efectos importantes debidos a la flexibilidad del diafragma, especialmente en los muros perimetrales.

c) La relación entre la altura y la dimensión mínima de la base del edificio no excederá de 1.5 y la altura del edificio no será mayor de 13 m.

En casos en que se excede la relación h/b los momentos de volteo no pueden ignorarse.

Si se cumplen las hipótesis, y los requisitos para la aplicación del método, en general, el resultado será conservador. Esto aun cuando, como ya se dijo, los muros largos tenderán a recibir menos cortante que el teórico, ya que de cualquier forma estos muros aparecerán en el método simplificado como sobrados y no se construirán de modo que resistan menos. Los muros esbeltos o de longitud intermedia, en cambio, tenderán a ser más reforzados.

# 6 COLUMNA ANCHA

El método de la columna ancha es uno de los métodos de modelación de muros, más sencillos de usar, y es bastante preciso con algunas limitaciones que aquí discutiremos.

Las NTCDF se refieren al método en su sección

secc 3.2.3.2

En estructuras de mampostería confinada o reforzada interiormente, los muros y segmentos sin aberturas se pueden modelar como columnas anchas (fig. 3.3), con momentos de inercia y áreas de cortante iguales a las del muro o segmento real

....

...

Pueden hacerse las siguientes precisiones

- 1) Los muros o segmentos de muro se modelarán con elementos tipo barra que incluyan deformaciones por cortante.
- 2) La sección transversal del elemento será la sección transversal del muro incluyendo las secciones transformadas de los castillos. Los castillos, en caso de que sean aledaños a dos o más segmentos de muro que se modelen en forma separada, su sección solo deberá incluir en uno de estos segmentos de muros aledaños. Ver el ejemplo más sencillo en la Figura 6.14
- Es suficiente localizar el elemento al centro del muro. Esta posición, en general será, diferente al centroide de la sección, en aquellos elementos que incluyan un castillo en uno de sus bordes pero no en el borde opuesto.
- 4) Para modelar el ancho del muro de modo que otros elementos puedan conectarse al borde del mismo deben utilizarse vigas de rigidez infinita, para reproducir la hipótesis de sección plana de la sección del muro.. En muchos programas comerciales, no es necesario adivinar que significa rigidez infinita, en cambio es posible establecer una restricción cinemática a un grupo de nudos. La restricción consiste en establecer que el grupo de nudos, en este caso, el nudo sobre el eje de la columna ancha y el nudo extremo de la viga infinitamente rígida, se comportan como si estuvieran unidos por un cuerpo rígido en el plano del elemento. (ver Figura 6.9).

Normalmente las restricciones se imponen en forma implícita al seleccionar una opción, tal como viga rígida o similar y el nudo "maestro" *m* es seleccionado automáticamente por el programa.

Los programas, aplican las restricciones reduciendo el número de grados de libertad y alterando la matriz de rigideces. Este método es muy conveniente no solo por la reducción de grados de libertad sino por su exactitud. Sin embargo su implantación en forma general presenta ciertas complicaciones que llevan a algunos desarrolladores a optar por otros métodos como el método de factores de castigo o el método de multiplicadores de Lagrange. El primero introduce valores muy grandes en la diagonal



**Figura 6.8** El castillo central se incluye en la sección de muro menos ancho. Al incluir solo un castillo en el segmento del lado izquierdo, se genera una excentricidad 'e' entre el centroide y la posición media donde se recomienda localizar el eje del elemento prismático.



Figura 6.9 Restricción cinemática para modelar un elemento rígido

por lo que puede llegar a tener problemas numéricos y el segundo es quizá el más general, pero agrega ecuaciones al sistema original y genera un sistema de ecuaciones con ceros en la diagonal.

- 5) En caso de usar un programa que no tenga este tipo de ayudas, puede definirse una sección transversal de la viga que tenga como peralte la altura de entrepiso y deberá definirse utilizarse un material que tenga un módulo de elasticidad mucho mayor al de la mampostería: digamos 100 veces mayor. Esta elección de sección y material, garantizarán en general, la simulación de un elemento infinitamente rígido. Se previene al analista de utilizar módulos de elasticidad mucho más grandes, que pueden generar inestabilidad numérica en la matriz de rigideces de la estructura.
- 6) Cuando un castillo sea aledaño a más de un segmento de muro, el analista puede decidir en que segmento de muro incluirlo. Los castillos deben incluirse en la sección de solo un segmento. Para cometer el menor error por efecto de no considerar los segmentos al centroide sino al centro de los muros, es conveniente incluir los castillos en los segmentos mas cortos de modo que el centroide coincida con el eje medio (ver Figura 6.8).

## 6.1 MUROS LARGOS

En cuanto a los muros largos las NTCDF

secc 3.2.3.2 ... En muros largos, como aquéllos con castillos intermedios, se deberá evaluar el comportamiento esperado para decidir si, para fines de análisis, el muro se divide en segmentos, a cada uno de los cuales se les asignará el momento de inercia y el área de cortante correspondiente.

Desafortunadamente las NTC no indican cómo evaluar el comportamiento esperado. Esta cuestión se observará directamente de pruebas de laboratorio. (*pendientes pruebas de muros largos*). Sin embargo, la selección de la modelación de muros largos depende en buena medida las variaciones en carga vertical que tendrá una relación directa con la variación de la carga lateral sobre distintos segmentos del muro. Dichos segmentos de muros deben modelarse por separado para poder hacer un diseño de los segmentos en forma detallada.

# 6.2 DIVISIÓN DE MUROS EN SEGMENTOS

Existe una inquietud entre los analistas en cuanto a la validez de modelar los muros largos de dos y tres paneles como una serie de segmentos (columnas) anchas unidos por elementos rígidos, dado que la suma de las inercias de los segmentos es mucho menor que la del muro. Esta preocupación no es correcta siempre que la rigidez de los elementos de acoplamiento sea suficiente.



**Figura 6.10** Inercia de segmentos = Inercia de muro largo, siempre que exista acoplamiento adecuado. La componente de la inercia que se desarrolla debido al acoplamiento alcanza el 75% de la inercia total.





Existen algunas cuestiones de modelación, que pudieran resolverse a criterio del ingeniero en formas diferentes. Por ejemplo, Si hay ventanas, el antepecho podría modelarse como una columna ancha o bien como una trabe peraltada; los muros largos, podrían modelarse con una columna ancha para cada segmento limitado por castillos o bien todo el muro largo con una sola columna ancha...etc. Con la intención de tener elementos para decidir la modelación mas conveniente, se analizaron distintos casos de muros: largos, con aberturas etc. usando distintos modelos usando el método de la columna ancha. Los resultados de estos análisis se compararon con resultados obtenidos usando elemento finito.

### 6.3 RIGIDEZ DE LAS LOSAS

3.2.3.2

Se tomará en cuenta la restricción que impone a la rotación de los muros, la rigidez de los sistemas de piso y techo, así como la de los dinteles y pretiles.

En las figuras 6.12 y 6.13 se muestra como se deben incluir la rigideces de las losas en el modelo, de acuerdo a las NTCDF



Figura 6.12 Modelo de columna ancha (Fig 3.3 de la NTC con algunas adiciones)



Figura 6.13 Caso típico, inclusión de la rigidez de la losa cuando hay trabe o dala y cuando no hay



Figura 6.18 Pretiles

## 6.4 PRETILES

Las NTC se menciona

secc 3.2.3.2

...

Para el caso de muros que contengan aberturas, éstos podrán modelarse como columnas anchas equivalentes,

solamente si el patrón de aberturas es regular en elevación (fig. 3.3), en cuyo caso los segmentos sólidos del muro se modelarán como columnas anchas y éstas se acoplarán por vigas conforme se establece anteriormente.

De los resultados de los experimentos numéricos realizados por el comité, cuando los pretiles están rematados por dalas y limitadas por castillos, el modelo que parece dar mejor resultado usando columna ancha es el modelo FR-1, en el que el bajo ventana también se modela como un elemento ancho. El modelo que se propone en las NTC de incluir la rigidez del muro en la trabe es cuestionable ya que en el caso en que en que no se tiene elemento de remate y/o no se tienen los elementos de borde, la porción de muro bajo la ventana tendrá una muy escasa resistencia cuando se presente el movimiento lateral.

En cambio cuando exista el remate y los castillos de borde, su comportamiento afectará considerablemente el de los segmentos de muro aledaños. Este último caso no puede reproducirse incluyendo el bajo ventana en la trabe. *(evidencia experimental y numérica)* 

Es evidente que los modelos hechos con columna ancha no pueden reproducir los esfuerzos en una geometría compleja. Esta recomendación de las NTC esta orientada a no intentar modelos muy complejos con este método. En cambio deberán utilizarse otros métodos como el de puntales y tensor y el método de elementos finitos. En casos en que las aberturas en muros no son uniformes en elevación o están alternadas: casos típicos de una transferencia de cortante compleja.

En la Figura 6.17 se presenta uno de los marcos que se utilizó para hacer las comparaciones y en la Figura 6.18 el modelo de referencia a base de elementos finitos y algunos de los modelos usando columna ancha que se consideraron como viables. Se indican en los modelos las secciones donde se observaron los elementos mecánicos



**Figura 6.14** Muro modelado con columna ancha, donde  $A_c$  área del castillo,  $I_m$  inercia de la sección de mampostería,  $I_c$  inercia del castillo y n es la relación modular  $n=E_c/E_m$ , con  $E_c$ , modulo de elasticidad del concreto y  $E_m$  módulo de elasticidad de la mampostería.



**Figura 6.15** Segmentos de muro y modelación en 3D. El castillo en la intersección de columnas anchas debe incluirse en la sección de uno solo de los muros



**Figura 6.16** Muros con aberturas. Se muestra en la figura el eje del muro desalineado por la presencia de la abertura. El castillo en la intersección de algunos de los segmentos de muro, debe incluirse en la sección transversal de uno solo de dichos segmentos.



Figura 6.17 Marco de prueba



Figura 6.18 Modelo de referencia y modelo FR-1, FR-3 y FR-5

# 6.5 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Con el objeto de conocer las limitaciones y alcance de algunos modelos de columna ancha aplicados a un marco típico con aberturas, se llevaron a acabo una serie de pruebas. El marco de la Figura 6.17 se analizó ante cargas laterales utilizando distintos modelos de columna ancha: los modelos FR-1. FR-3 y FR-5 que se muestran en la Figura 6.18. Otros modelos fueron utilizados pero por simplicidad se presentan solo los que se consideraron más importantes.

El modelo de referencia es a base de elementos tipo "shell" (ver modelos de EF) tanto para los castillos como para la mampostería.

El modelo FR-1 es modelo de columna ancha, donde el segmento de muro localizado bajo el hueco de la ventana (antepecho) también se modela con una columna ancha. El modelo FR-3 modela con un solo elemento todo el muro hasta la altura del antepecho, con un elemento rígido horizontal, del que surgen las dos columnas que modelan los segmentos de muro a uno y otro lado de la ventana. Finalmente en el modelo FR-5, el antepecho se incluye en el elemento horizontal como sugieren las normas técnicas complementarias del DF.

# 6.5.1 CONVERGENCIA DEL MODELO DE REFERENCIA

Para tratar de garantizar que el modelo de referencia elegido ya tiene el nivel de discretización adecuado, se hizo un estudio de convergencia del marco de prueba refinando la malla en forma progresiva. La cantidad que se utilizó para verificar la convergencia fue el nivel de cargas axial en distintos segmentos de muro. Las mallas son las siguientes

SECCIÓN		MODELOS								
SECCIÓN	EF-01	EF-04	EF-R00	EF-R01	EF-R02	EF-R021	EF-R022	EF-R023	EF-R024	FR-01
M2	3.0981	2.6235	3.827	3.808	3.776	3.770	3.771	3.771	3.771	3.491
MN21	-1.0191	-1.5673	-0.080	-0.093	-0.125	-0.131	-0.130	-0.129	-0.129	-0.497
MN41	4.1172	4.1909	3.907	3.901	3.901	3.901	3.900	3.900	3.900	3.988
DISCRETIZACION			9X14	19x27	29x39	34x46	36x50	37x52	38x54	

Tabla 6.1 Carga axial en distintos segmentos de muro utilizando distintas discretizaciones

La discretización se refiere al numero de elementos en el muro M1 e.g. una malla de 9X14, 19X27 ...etc hasta una malla de 38X54.





Se observa claramente que a partir de la discretización EF-R02 los resultados ya no cambian significativamente. Asi mismo el ancho de losa utilizado se fue variando obteniendo los siguientes resultados

Tabla 6.	.2 Fuerza	axial	distintos	segmento	s de	muro	del	marco	de
prueba	utilizand	o dist	intos anc	hos de los	а				

		ANCHO LOSA A CADA LADO DALA					
SECCIÓN	5 t	4 t	3 t	2 t	1 t	0	
M1	-3.771	-3.7387	-3.6556	-3.5301	-3.2885	-2.3182	
MN21	-0.1291	-0.1709	-0.2795	-0.4451	-0.7638	-2.0412	



Figura 6.20 Fuerza axial en el segmento de muro M1 del marco de prueba variando el al ancho de la losa considerado

A partir de 3 veces al peralte de la losa, ya los resultados no cambian significativamente.

## 6.6 ELEMENTOS MECÁNICOS

Los elementos mecánicos se muestran en la Tabla 6.3 y los desplazamientos por nivel en la Tabla 6.4. Los errores ahí mostrados se refieren a errores relativos con relación al modelo de referencia.

$$E = \frac{\left(X - X_{ref}\right)}{X_{ref}} \times 100$$

De los resultados se pueden hacer las siguientes observaciones

- Los tres modelos de barras FR- son similares con errores entre el 6% y 11.8% en cortante, en los tramos M1 y M2T. En los segmentos de muro hay más variación sin que se pueda observar que un modelo sea mejor que otro.
- En cuanto a carga axial los tres modelos nuevamente dan resultados similares en total (M1 y M2T) pero la predicción en los segmentos de muro tiene variaciones muy considerables. La historia se repite para el momento flexionante, aunque para el caso del modelo de las NTC: viga en el antepecho, se observan las peores predicciones en los segmentos de muro.
- El cortante es el que presenta menos variaciones, la carga axial es el que tiene más variación.
- Los valores en segmentos de muro presentan grandes variaciones mientras que el total es mas consistente
- El modelo FR-1 parece ser el mas consistente, aunque el FR-3 es bastante similar
- En desplazamientos el modelo FR-5 que recomiendan las NTCDF es el que da valores con mayor error especialmente en el desplazamiento relativo, el error es hasta del 17%. Los modelos FR-1 y FR-3 subestiman el desplazamiento relativo del primer nivel. Esto puede atribuirse a que en la realidad los desplazamientos

			Cortante		Axial		Momento	
MURO	MODELO	Sección	Ton	error EF-RR	Ton	error EF-RR	Ton-m	error EF-RR
	· · · · · · · · · · · ·	M1	-3.18	6.3%	-3.49	-9.1%	-11.35	-3.0%
		M2N1	-1.41	10.5%	-0.50	164.2%	-1.22	18.2%
		M2N2	-1.23	20.0%	0.88	9.7%	-0.81	21.6%
		M2N3	-1.09	8.4%	1.05	17.9%	-0.31	0.9%
FR-1		M2T	-2.82	-8.2%	3.49	-9.1%	-10.40	11.3%
		M4N1	-1.41	-37.0%	3.99	-1.0%	-1.22	37.1%
		M4N2	-1.23	-42.8%	1.52	-14.3%	-0.81	55.7%
		M4N3	-0.45	-19.2%	0.01	-93.9%	-0.52	84.6%
		Totales	-6.00		0.00		-35.71	
		M1	-3.09	9.0%	-3.49	-9.1%	-11.05	-5.5%
		M2N1	-1.46	7.6%	-0.55	192.3%	-1.26	21.8%
		M2N2	-1.25	18.7%	0.89	10.6%	-0.82	23.3%
ED 3		M2N3	-1.08	8.9%	1.05	18.1%	-0.30	-1.6%
110-5		M2T	-2.91	-11.8%	3.49	-9.1%	-10.70	14.4%
		M4N1	-1.46	-41.5%	4.04	0.3%	-1.26	41.3%
		M4N2	-1.25	-45.2%	1.51	-14.7%	-0.82	57.9%
		M4N3	-0.44	-17.1%	0.01	-95.0%	-0.51	81.9%
		Totales	-6.00		0.00		-35.71	
		M1	-3.70	-8.9%	-3.49	-9.0%	-13.16	12.5%
	1 4 4	M2N1	-1.16	26.6%	-0.72	284.6%	-0.40	-60.9%
		M2N2	-1.16	24.6%	0.30	-62.3%	-0.07	-89.4%
		M2N3	-0.98	17.0%	0.79	-12.0%	-1.22	300.3%
FR-5	1 + +	M2T	-2.30	11.6%	3.49	-9.0%	-8.59	-8.1%
		M4N1	-1.14	-11.3%	4.22	4.7%	-0.41	-53.5%
		M4N2	-1.13	-32.0%	2.10	18.7%	-0.07	-86.2%
	a- 6 6	M4N3	-0.49	-32.4%	0.30	43.3%	-0.95	241.4%
		Totales	-6.00		0.00		-35.71	

Tabla 6.3 Resultados de modelos de columna ancha

 Tabla 6.4 Desplazamientos y desplazamientos relativos

	FF	₹-1	FF	₹-3	FR-5		
	despl	error	despl	error	despl	error	
n3	0.130	1.7%	0.127	-0.3%	0.148	15.7%	
n2	0.082	0.8%	0.080	-1.4%	0.093	15.0%	
n1	0.032	-1.7%	0.031	-4.4%	0.037	14.0%	
D3	0.0184	3.1%	0.0182	1.8%	0.0209	17.0%	
D <sub>2</sub>	0.0192	2.5%	0.0188	0.5%	0.0216	15.6%	
D <sub>1</sub>	0.0123	-1.7%	0.0120	-4.4%	0.0143	14.0%	



**Figura 6.21** Desplazamientos relativos utilizando distintos modelos de columna ancha varían muy rápidamente con la altura y esto no puede representarse con un solo elemento.

### 6.7 RIGIDECES RELATIVAS DE MARCOS

El resultado del análisis estructural, nos proporciona los elementos mecánicos y los desplazamientos en cada muro de la estructura. La fuerza cortante que toma cada marco depende de su rigidez lateral relativa con relación a otros marcos.

Se estudiaron las rigideces relativas de distintos tipos de marcos, utilizando distintos modelos de análisis y se compararon con las rigideces relativas de los marcos obtenidas con modelos detallados de elemento finito. El objetivo que se planteó fue el establecer si distintas formas de modelar dan como resultado variaciones importantes en cuanto la rigidez relativa.



Figura 6.22 Rigideces relativas de los modelos de referencia



Figura 6.23 Modelos de columna ancha

Para cada modelo se toma el desplazamiento en el 3er nivel para el cálculo de su rigidez relativa. Como la fuerza cortante aplicada a cada modelo es la misma tenemos que la rigidez relativa de muro *i* respecto al mujo *j* es:

$$\frac{k_{Mi}}{k_{Mj}} = \frac{V / \Delta_{Mi}}{V / \Delta_{Mj}} = \frac{\Delta_{Mj}}{\Delta_{Mi}}$$

Para esta comparación se utilizaron 3 modelos con dos series del tipo de modelado para cada uno. Cada serie está comprendida por 4 tipos de modelado, la primera serie utiliza la técnica de elementos paneles para los muros de mampostería y elementos barras para dalas y castillos; la segunda serie utiliza la técnica de columna ancha equivalente para la modelación de los muros variando el número y ubicación de los ejes de los muros.

## 6.7.1 PROPIEDADES MATERIAL

Para el modelado de todos los muros se utilizo para la mampostería TABIQUE ROJO, y en dalas y castillos se utilizo concreto clase 2, con las siguientes propiedades:

Resistencia a compresión de la pieza	f*n - 150	ka/cm2
(sobre área bruta)	i p= 150	Kg/CIIIZ
Resistencia a compresión de la	f*m - 60	ka/cm2
mampostería	1 11 - 00	Kg/CIIIZ

(sobre área bruta)		
Resistencia a compresión del concreto	f'c = 200	kg/cm2
(a los 28 días)		
Modulo de Elasticidad Mampostería	EM = 36,000	kg/cm2
(carga de corta duración)		
Modulo de Cortante Mampostería	GM = 14,400	kg/cm2
Modelo de Elasticidad Concreto	EC = 113,137	kg/cm2
(a los 28 días)		
Relación modulas (EC/EM)	n = 3.1	

Los resultados se presentan en la Tabla 6.5

**Tabla 6.5** Rigideces relativas y su comparación con las rigideces relativas obtenidas con los modelos de referencia a base de elementos finitos.

Comparación de rigidez							
Tipo	k <sub>Mi</sub> /	k <sub>Mj</sub>	error %				
	k <sub>M13</sub> /k <sub>M11</sub>	91.1%	-				
	k <sub>M21</sub> /k <sub>M11</sub>	45.1%	1.0%				
M1.1	k <sub>M22</sub> /k <sub>M11</sub>	40.9%	-8.3%				
1011-1	k <sub>M31</sub> /k <sub>M11</sub>	33.8%	1.7%				
	k <sub>M32</sub> /k <sub>M11</sub>	34.5%	3.7%				
	k <sub>M33</sub> /k <sub>M11</sub>	29.7%	-10.6%				
	$k_{M21}/k_{M13}$	49.5%	10.9%				
	k <sub>M22</sub> /k <sub>M13</sub>	44.9%	0.7%				
M1-3	k <sub>M31</sub> /k <sub>M13</sub>	37.2%	11.7%				
	k <sub>M32</sub> /k <sub>M13</sub>	37.9%	13.8%				
	k <sub>M33</sub> /k <sub>M13</sub>	32.6%	-1.9%				
	k <sub>M22</sub> /k <sub>M21</sub>	90.8%	-				
M2 1	k <sub>M31</sub> /k <sub>M21</sub>	75.0%	0.7%				
1712-1	k <sub>M32</sub> /k <sub>M21</sub>	76.5%	2.6%				
	k <sub>M33</sub> /k <sub>M21</sub>	65.9%	-11.5%				
	k <sub>M31</sub> /k <sub>M22</sub>	82.7%	10.9%				
M2-2	k <sub>M32</sub> /k <sub>M22</sub>	84.3%	13.1%				
	k <sub>M33</sub> /k <sub>M22</sub>	72.6%	-2.6%				

Resultados de rigideces relativas

 El modelo según las NTCDF (M3-3) es consistente con los modelos de los muros con varias barras

- Si se usa el modelo de marco M3-1 es consistente con los modelos de muros modelados con una sola barra
- Los modelos de muros son consistentes cuando se usa el mismo tipo de modelado: varias barras o una sola barra

# 7 ELEMENTO FINITO

Este método es sumamente sofisticado y permite resolver problemas muy complejos en varios campos de la ingeniería y otras ciencias. Sin embargo, es poco común que los profesionistas de la práctica lo dominen y en cambio sí se incluye en programas comerciales de análisis estructural. Esto da lugar a dudas sobre su aplicación y a un abuso de esta herramienta sin comprender sus alcances y limitaciones y con la posterior deficiencia en la interpretación de los resultados. Se propondrán recomendaciones prácticas que hayan sido verificadas analítica y experimentalmente.

# 7.1 BASES DEL MÉTODO

Aunque la presente Guía es de carácter esencialmente práctico, se consideró indispensable que incluir una breve introducción al método de elementos finitos enfocada en dar elementos a los ingenieros de la práctica profesional que le permitan usar en forma eficaz los programas de análisis y los modelos a base de elementos finitos en particular.

La descripción pasa inevitablemente por un desarrollo teórico. La presentación tiene como objetivos introducir la notación utilizada más comúnmente que permita la interpretación de los resultados de los programas de análisis; presentar la formulación de los elementos más utilizados en la modelación de estructuras de mampostería señalado las hipótesis y limitaciones de los mismos.

# 7.2 ESFUERZO

El tensor de esfuerzos en un punto es una cantidad que contiene toda la información necesaria para conocer el estado de tensión, compresión y corte en ese punto, asociados a cualquier dirección.

En los programas de cómputo el tensor de esfuerzos suele representarse como un vector de seis posiciones, aprovechando la simetría del tensor. Ver Figura xx. Normalmente se omite el doble índice en los tres primeros elementos del vector.



Figura 7.1 Tensor de esfuerzos, notación de Voight

## 7.3 RELACIÓN DE CAUCHY

La relación de Cauchy, relaciona los esfuerzos en un punto 'p' de un cuerpo, con las tracciones en ese mismo punto que se presentan asociadas a un plano con normal 'n' que pasa por 'p', esto es en 2D

$$t_{1} = \sigma_{11}n_{1} + \sigma_{12}n_{2}$$

$$t_{2} = \sigma_{21}n_{1} + \sigma_{22}n_{2}$$
(7.1)

Las ecuaciones de equilibrio estático en 2D.

El equilibrio de fuerzas se puede escribir como  $\int_{\Gamma} t_i \, d\Gamma + \int_{\Omega} b_i \, d\Omega = 0$ , donde  $t_i$  son

tracciones por unidad de área, en la superficie de la estructura y  $b_i$  las fuerzas de cuerpo, por unidad de volumen, en el interior del cuerpo;  $\Gamma$  representa la frontera y  $\Omega$  el interior de la estructura. Las fuerzas de cuerpo son fuerzas que se desarrollan en el interior de la estructura, por ejemplo, fuerzas debidas a la acción de la gravedad (peso propio).. Usando la relación de Cauchy para sustituir tracciones por esfuerzos y usando el teorema de la divergencia resulta que  $\int_{\Omega} (\partial \sigma_{ij} / \partial x_j + b_i) d\Omega = 0$ . Dado que la ecuación anterior es válida para cualquier subregión  $\Omega$  de la estructura se puede omitir el signo de integral para llegar a las ecuaciones diferenciales de equilibrio, que en 2D son

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + b_1 = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + b_1 = 0$$
(7.2)

En forma similar, escribiendo el equilibrio de momentos con respecto a un punto se tiene que  $\int_{\Gamma} \mathbf{r} \times \mathbf{t} \, d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{r} \times \mathbf{b} \, d\Omega = 0$  donde *r* es el vector del punto donde se toman momentos al punto de aplicación de la fuerza. Manipulando esta expresión se concluye que el tensor de esfuerzos debe ser simétrico  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  para que pueda cumplirse el equilibrio de momentos.

# 7.4 DEFORMACIÓN Y DESPLAZAMIENTO

Similarmente al tensor de esfuerzos, las deformaciones se puede escribir como

$$\mathbf{d}^{\mathsf{T}} = \{ \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{21}, \gamma_{31}, \gamma_{32} \}.$$

Para definir la deformación en un punto es necesario considerar el cambio de la distancia entre dos puntos antes y después de la deformación, tomando el límite cuando dichos puntos se acercan uno al otro. Asumiendo que la variación de los desplazamientos en la estructura es 'suave' i.e. que las derivadas de las deformaciones son pequeñas, las componentes del tensor de deformaciones en 2D resultan ser

$$\varepsilon_{1} = \frac{\partial u_{1}}{\partial x_{1}}$$

$$\varepsilon_{2} = \frac{\partial u_{2}}{\partial x_{2}}$$

$$\gamma_{12} = \frac{\partial u_{1}}{\partial x_{2}} + \frac{\partial u_{2}}{\partial x_{1}}$$
(7.3)

Ordenando en forma matricial

$$\begin{cases} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \gamma_{12} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_{1}} & \\ & \frac{\partial}{\partial x_{2}} \\ \\ \frac{\partial}{\partial x_{1}} & \frac{\partial}{\partial x_{1}} \end{bmatrix} \begin{cases} u(x) \\ v(x) \end{cases}$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{S} \mathbf{u}$$

$$(7.4)$$

donde S es un operador diferencial

### 7.5 RELACIÓN CONSTITUTIVA

La relación constitutiva, i.e., la relación entre esfuerzos y deformaciones, de un material elástico, e isótropo es en 3D

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \tau_{21} \\ \tau_{31} \\ \tau_{32} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \gamma_{21} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{32} \end{bmatrix}$$
(7.5)  
$$\mathbf{f} = \mathbf{E}\mathbf{d}$$

donde *E* es el módulo de elasticidad del material y v es el módulo de Poisson, **E** es conocido como el tensor elástico.

En el caso de estructuras en las que una dimensión es mucho menor que las otras dos, como placas, es posible considerar que los esfuerzos normales a la placa son nulos  $\sigma_3 = 0$  ---suponiendo la placa contenida en el plano x1, x2--- e igualmente nulos los esfuerzos cortantes  $\tau_{31}$  y  $\tau_{32}$  dando lugar a un estado de esfuerzos planos. En ese caso la relación constitutiva se reduce a

$$\begin{cases} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \tau_{12} \end{cases} = \frac{E}{1 - \nu^{2}} \begin{bmatrix} 1 & \nu & \\ \nu & 1 & \\ & & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \gamma_{12} \end{cases}$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{E} \mathbf{d}$$

$$(7.6)$$

En 2D tenemos en total 3 esfuerzos 3 deformaciones y dos desplazamientos como incógnitas y el mismo número de ecuaciones: 2 ecuaciones de equilibrio, 3 ecuaciones de desplazamiento deformación y 3 ecuaciones de la relación constitutiva. Solo faltan las condiciones de frontera: apoyos y cargas, para que, en teoría, se pueda resolver el problema. Las ecuaciones se plantean para cada punto de la estructura y su solución implica determinar desplazamientos, deformaciones y esfuerzos para cada punto de la misma. Solo en los casos de geometría y condiciones de frontera mas sencillos puede obtenerse la solución en forma analítica, de lo contrario es necesario proceder en forma aproximada utilizando métodos numéricos.

## 7.6 DISCRETIZACIÓN

El primer paso en la solución aproximada de las ecuaciones es la discretización. El objetivo es plantear el problema en términos de un número finito o discreto de parámetros. Se divide la estructura en partes de geometría simple: trabes columnas, tableros de losa, muros etc. Las partes se subdividen en elementos hasta que el comportamiento mecánico esperado al interior de los elementos varíe en forma suave. Esto es, que no se esperen variaciones muy rápidas de esfuerzos o deformaciones al interior de los elementos.



**Figura 7.2** División de un muro en elementos. a) Interpolación de los desplazamientos en un cuadrilátero, b) interpolación de desplazamientos y giros en una viga.

En la Figura **7.2** se muestra la subdivisión de un muro en elementos y una viga. La variación de desplazamientos y esfuerzos en esta última suele ser suficientemente suave como para considerarse como un solo elemento. Sin embargo esto podría no ser el caso.

Dada la simplicidad geométrica y el hecho que no se esperan variaciones rápidas de esfuerzos o deformaciones al interior de cada elemento, es posible expresar en forma aproximada los desplazamientos al interior de cada elemento, en función de los desplazamientos (y giros) de las esquinas o *nudos* del cuadrilátero o extremos de la viga.

Esto se logra proponiendo, simplemente, que los desplazamientos pueden describirse por medio de un polinomio ----eq Fig 1:a.1 y b.1---. En el caso del cuadrilátero, los coeficientes del polinomio pueden obtenerse estableciendo que el polinomio valuado en las esquinas debe coincidir con el desplazamiento correspondiente en esa esquina: eq Fig 1:a.2. Al sustituir los coeficientes así obtenidos y reorganizando términos, el polinomio toma la

forma de coeficientes ( $N_i(x)$ ) que multiplican a los desplazamientos de las esquinas (u') eq Fig 1:a.3. El resultado es que ahora los desplazamientos pueden conocerse aproximadamente al interior de cada elemento pero dejando como incógnitas, los desplazamientos en las esquinas. Con lo que se cumple el objetivo de la discretización.

En forma matricial los desplazamientos se pueden escribir como

$$\begin{cases} u(x) \\ v(x) \end{cases} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{cases} u^1 \\ v^1 \\ u^2 \\ v^2 \\ u^3 \\ v^3 \\ u^4 \\ v^4 \end{bmatrix}$$
(7.7)

 $u = N\overline{u}$ 

las deformaciones pueden ahora escribirse como

#### $d = SN\overline{u}$

 $\mathbf{d} = \mathbf{B}\overline{\mathbf{u}}$  donde  $\mathbf{B} = \mathbf{SN}$ 

La interpolación como se plantea en la Figura **7.2** garantiza que los desplazamientos sean continuos en la frontera de dos elementos: cuadriláteros o vigas. En el caso de la viga, las derivadas de los desplazamientos (giros) también son continuos. Cuando solo los desplazamientos son continuos se dice que el elemento es C<sup>0</sup> en el caso de que los desplazamientos y derivadas sean continuas se dice que el elemento es C<sup>1</sup>.

#### 7.7 ENERGÍA POTENCIAL TOTAL MÍNIMA

Para aproximar la solución con elementos finitos el método mas utilizado es el de utilizar el principio que establece que de todas las posibles deformaciones admisibles de una estructura ante un conjunto de cargas y apoyos, la correcta es aquella que da lugar a la mínima energía potencial total. Esto es

$$\frac{\partial \Omega}{\partial u_i} = 0$$

donde la energía potencial total se define como la energía de deformación menos el trabajo de las fuerzas externas y de cuerpo. Como las cantidades involucradas se definen punto a punto, la energía potencial total involucra la integral sobre el volumen de esfuerzos deformaciones y fuerzas de cuerpo. En la superficie tenemos fuerzas concentradas  $\mathbf{F}^{j}$  y sus correspondientes desplazamientos  $\mathbf{u}^{j}$ .

$$\Omega = \frac{1}{2} \int_{V} \mathbf{f}^{T} \mathbf{d} \, dV - \int_{V} \mathbf{b}^{T} \mathbf{u} \, dV - \sum_{j} \mathbf{F}^{j} \mathbf{u}^{j}$$
(7.8)

En caso de presiones distribuidas, debe restarse el trabajo de estas en forma similar.

Si consideramos que la energía potencial total de la estructura es la suma de las que se obtiene para cada elemento, podemos concentrarnos en un elemento particular.

Sustituyendo las definiciones de desplazamiento al interior de un elemento en función de los desplazamientos de los nudos y las correspondientes definiciones de esfuerzo y deformación en términos de desplazamientos y, finalmente, suponiendo que las cargas en la superficie están concentradas en la los nudos de la estructura, se obtiene la energía potencial total de un elemento en función de los desplazamientos en los nudos  $\overline{\mathbf{u}}$ 

$$\Omega^{e} = \frac{1}{2} \int_{Ve} \overline{\mathbf{u}}^{T} \mathbf{B}^{T} \mathbf{E} \mathbf{B} \overline{\mathbf{u}} \, dV - \int_{Ve} \mathbf{b}^{T} \mathbf{N} \overline{\mathbf{u}} \, dV - \sum_{j} \mathbf{F}^{j} \overline{\mathbf{u}}^{j}$$
(7.9)

Puede demostrarse que al derivar con respecto a los desplazamientos se tiene

$$\frac{\partial \Omega^{e}}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{K}^{e} \overline{\mathbf{u}} - \mathbf{F}_{b}^{e} - \mathbf{F}_{p}^{e} = 0$$

con

$$\mathbf{K}^{e} = \int_{Ve} \mathbf{B}^{T} \mathbf{E} \mathbf{B} dV, \qquad \mathbf{F}_{b}^{e} = \int_{Ve} \mathbf{b}^{T} \mathbf{N} dV \quad \mathbf{y} \quad \left(\mathbf{F}_{p}^{e}\right)^{T} = \left\{\mathbf{F}^{1}, \mathbf{F}^{2}, ..., \mathbf{F}^{N}\right\}$$
(7.10)

donde  $\mathbf{K}^{e}$  es la matriz de rigideces del elemento,  $\mathbf{F}_{b}^{e}$  es el vector de fuerzas nodales debidas a las fuerzas de cuerpo y  $\mathbf{F}_{p}^{e}$  es el vector de fuerzas concentradas en los nudos.

Sumando las contribuciones de los elementos da lugar a un sistema de ecuaciones

$$\mathbf{K}\overline{\mathbf{u}} = \mathbf{F} \tag{7.11}$$

con

$$\mathbf{K} = \sum_{i} \mathbf{K}^{i} \qquad \mathbf{F} = \sum_{i} \left( \mathbf{F}_{b}^{i} + \mathbf{F}_{p}^{i} \right)$$
(7.12)

#### 7.8 INTEGRACIÓN: CAMBIO DE COORDENADAS.

Para obtener la matriz de rigideces es necesario hacer la integral de la ec 7.10. donde **B** es una matriz que contiene derivadas de las funciones de interpolación y **E** solo tienen constantes del material.

La integración puede llevarse sin contratiempos incluso analíticamente, en casos de cuadriláteros con lados paralelos a los ejes globales y funciones de interpolación tal como fueron definidas para el cuadrilátero en la Figura **7.2**, en términos de coordenadas *x*,*y* globales. Sin embargo la integración puede complicarse si los lados no coinciden con los ejes globales. No digamos en casos de superficies curvas orientadas en forma cualquiera en el espacio.



**Figura 7.3** Integración. (a). Para el caso mas sencillo es posible hacer la integración en coordenadas globales. (b) La integración se hace muy compleja si los lados del cuadrilátero no coinciden con los ejes globales. (c) Por medio de un cambio de variables es posible integrar en forma simple aun los casos más complejos

Haciendo un cambio de variables de integración es posible integrar numéricamente, en forma simple, aun los casos más complejos. El cambio de variables se ilustra en la Figura **7.3**. Nuestro elemento en el nuevo sistema coordenado ( $\xi$ , $\eta$ ) es un cuadrado. Los coeficientes de la transformación, como anteriormente, se pueden obtener imponiendo las condiciones que transforman los puntos ( $\xi^i$ , $\eta^i$ ) a ( $x^i$ , $y^i$ ). Las funciones de interpolación  $N^i$  se obtienen al reordenar los términos del polinomio una vez calculados los coeficientes de la transformación.

El cambio de variables es una trasformación que puede interpretarse como una aproximación de la geometría real del elemento, en términos de las coordenadas de los vértices del mismo.

La diferencial de área en las nuevas coordenadas puede obtenerse definiendo a la superficie del elemento en forma paramétrica como  $S = \{x(\xi,\eta), y(\xi,\eta)\}$ . La diferencial de área queda entonces definida por

$$dS = \left| \frac{\partial S}{\partial \xi} \times \frac{\partial S}{\partial \eta} \right| d\xi \, d\eta = dx \, dy$$

i.e.

$$dS = |\mathbf{J}| \, d\xi \, d\eta \, |\mathbf{J}| = \left| \frac{\partial S}{\partial \xi} \times \frac{\partial S}{\partial \eta} \right|$$
(7.13)

donde  $|\mathbf{J}|$  es el determinante del Jacobiano de la transformación. Si sustituimos lo valores aproximados de  $x(\xi,\eta) \neq y(\xi,\eta)$  entonces (Figura **7.3**.c)

$$\partial S / \partial \xi = \left\{ \sum_{i} \frac{\partial N^{i}}{\partial \xi} x^{i}, \sum_{i} \frac{\partial N^{i}}{\partial \xi} y^{i} \right\}_{\mathbf{y}} \partial S / \partial \eta = \left\{ \sum_{i} \frac{\partial N^{i}}{\partial \eta} x^{i}, \sum_{i} \frac{\partial N^{i}}{\partial \eta} y^{i} \right\}$$

### 7.9 DERIVADAS CON RESPECTO A COORDENADAS GLOBALES

Solo nos queda un detalle pendiente para hacer posible la integración en el nuevo sistema coordenado. Los desplazamientos en el nuevo sistema coordenado quedan interpolados así

$$u(\xi,\eta) = a + b\xi + c\eta + d\xi\eta$$
$$u(\xi^{i},\eta^{i}) = u^{i}$$
$$u(\xi,\eta) = \sum_{i=1}^{4} N^{i}(\xi,\eta)u^{i}$$
$$v \ (idem \ )$$
(7.14)

Las funciones de interpolación  $N^i$  que se presentan aquí son las mismas que resultan en el cambio de coordenadas. Cuando se usan las mismas funciones de interpolación para aproximar los desplazamientos que la geometría del elemento, se dice que el elemento es iso-paramétrico.

El detalle a resolver ahora, es el cálculo de las derivadas  $\partial N^i / \partial x \neq \partial N^i / \partial y$  que se requieren para formar a la matriz **B**. Usando la regla de la cadena puede escribirse

$$\frac{\partial N^{i}}{\partial \xi} = \frac{\partial N^{i}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N^{i}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi}$$
$$\frac{\partial N^{i}}{\partial \eta} = \frac{\partial N^{i}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N^{i}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

o en forma matricial

$$\frac{\partial N^{i}}{\partial \xi} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial X}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N^{i}}{\partial \eta} \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N^{i}}{\partial x} \\ \frac{\partial N^{i}}{\partial y} \end{array} \right] \tag{7.15}$$

Los valores de *x*, *y* ya se tienen en términos de funciones de interpolación en coordenadas locales, por lo que el vector a la izquierda de la ecuación y la matriz con derivadas de *x*, *y* pueden calcularse. Esta última, se puede reconocer como el Jacobiano J. Finalmente

$$\begin{bmatrix}
\frac{\partial N^{i}}{\partial x} \\
\frac{\partial N^{i}}{\partial y}
\end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix}
\frac{\partial N^{i}}{\partial \xi} \\
\frac{\partial N^{i}}{\partial \eta}
\end{bmatrix}$$
(7.16)

## 7.10 CONDICIONES PARA LA CONVERGENCIA

Para garantizar la convergencia de la solución usando un determinado tipo de elemento debe pasar la prueba del "parche". Un elemento finito pasa la prueba del parche si un grupo de elementos (parche) de forma arbitraria sujetos a desplazamientos nodales que dan lugar a en estado constante de deformaciones y el análisis de elemento finito imponiendo dichos desplazamientos, da lugar efectivamente a deformaciones constantes. Basta con que esta prueba se cumpla a medida en que los elementos se hacen más pequeños. La prueba garantiza que el elemento puede reproducir fielmente un campo de deformaciones constante. Esta es una condición necesaria para lograr la convergencia al refinar la malla de elementos, ya que al tender a cero el tamaño de los elementos el campo de deformaciones tiende a ser constante. Si el elemento no es capaz de reproducir fielmente un campo de campo de deformación constante no podrá converger a la solución exacta.

## 7.11 PRUEBAS NUMERICAS

Los modelos a base de elementos finitos pueden variar notablemente de acuerdo al criterio del ingeniero. Para tratar de sensibilizar al ingeniero de la práctica profesional se estudió el marco de prueba y mismas cargas (ver Figura 6.17) con distintos modelos de elemento finito. Los modelos se muestran en las Figuras 7.4 y 7.5.

# 7.11.1 ELEMENTOS MECÁNICOS

Los resultados de elementos mecánicos obtenidos con los distintos modelos se muestran en la Tabla **7.6** 



**Figura 7.4** Modelos EF-i (i=1,2,3,4) Serie de modelo con elementos finitos tipo membrana y elementos tipo viga para castillos y dalas. El nivel de refinamiento de la malla va desde 1, el menos refinado, hasta 4, el más refinado



**Figura 7.5** Modelos EP-i (i=1,2,3,4) Serie de modelos con 4 niveles de refinación, con elementos finitos tipo membrana. Los castillos no se modelan explícitamente

		Cortante Axiai		lai	Momento			
MURO	MODELO	Sección	Ton	error	Ton	error	Ton m	error
			1011	EF-RR	1011	EF-RR	TOII-III	EF-RR
		<b></b>	0.50	5.00	0.40	- 40.00	10.00	
		M1	-3.58	-5.3%	-3.10	-19.3%	-13.22	13.0%
		M2N1	-1.41	10.7%	-1.02	441.5%	-1.06	2.1%
		M2N2	-1.43	6.6%	0.33	-58.6%	-0.68	1.3%
EF-1		M2N3	-1.13	4.2%	0.73	-18.2%	-0.30	-2.2%
		M2T	-2.42	6.9%	3.10	-19.3%	-10.10	8.0%
		M4N1	-1.02	1.1%	4.12	2.2%	-0.92	3.6%
		M4N2	-0.91	-6.1%	1.83	3.2%	-0.56	6.8%
		M4N3	-0.39	-3.8%	0.21	-1.8%	-0.31	10.9%
		Totales	-6.00		0.00		-35.71	
		M1	-3.43	-0.9%	-2.72	-29.2%	-13.61	16.3%
		M2N1	-1.47	6.9%	-1.58	741.6%	-1.14	10.7%
		M2N2	-1.45	5.8%	-0.01	-101.7%	-0.72	7.8%
<b>FF</b> 0		M2N3	-1.14	3.3%	0.62	-30.1%	-0.31	1.3%
EF-Z		M2T	-2.57	1.2%	2.72	-29.2%	-11.23	20.1%
		M4N1	-1.11	-7.5%	4.30	6.9%	-1.04	16.2%
		M4N2	-0.96	-11.8%	1.90	7.6%	-0.62	18.0%
		M4N3	-0.41	-10.6%	0.22	4.0%	-0.33	19.1%
		Totales	-6.00		0.00		-35.71	
		M1	-3.52	-3.7%	-2.64	-31.3%	-14.11	20.7%
		M2N1	-1.40	11.2%	-1.57	732.1%	-1.14	10.3%
		M2N2	-1.39	9.2%	-0.02	-102.5%	-0.72	7.0%
		M2N3	-1.08	8.4%	0.67	-24.9%	-0.35	12.9%
EF-3		M2T	-2.48	4.8%	2.64	-31.3%	-11.04	18.1%
		M4N1	-1.08	-5.1%	4.21	4.4%	-1.08	21.7%
		M4N2	-0.97	-13.0%	1.87	5.7%	-0.67	27.7%
		M4N3	-0.46	-23.9%	0.16	-22.9%	-0.41	48.6%
		Totales	-6.00		0.00		-35.71	

#### Tabla 7.6 Elementos mecánicos

# Tabla 7.7 Desplazamientos

	EF	-1	El	F-2	EF-3 EF-		-4	
	despl	error	despl	error	despl	error	despl	error
N3	0.133	4.0%	0.147	15.1%	0.154	20.7%	0.156	21.9%
N2	0.082	1.5%	0.090	11.3%	0.095	17.4%	0.096	18.6%
N1	0.032	-3.0%	0.034	5.9%	0.037	12.8%	0.037	14.2%
D <sub>3</sub>	0.019	8.4%	0.022	21.5%	0.023	26.5%	0.023	27.6%
D <sub>2</sub>	0.020	4.5%	0.022	15.0%	0.023	20.4%	0.023	21.6%
D <sub>1</sub>	0.012	-3.0%	0.013	5.9%	0.014	12.8%	0.014	14.2%



Figura 7.6 Desplazamientos

Observaciones

- El cortante es adecuado
- Las cargas axiales y momentos tienen errores mayores y aumentan al refinar la discretización
- El modelo mas consistente es el EF-1
- En desplazamientos el modelo EF-1 es adecuado, pero con mas elementos se sobre estima el desplazamiento.
- Las diferencias con respecto al modelo de referencia se deben principalmente al modelo de los castillos.

# 7.11.2 RIGIDECES RELATIVAS

Las rigideces relativas de estos modelos tambien se investigaron, los resultados se presentan en la Tabla xx

Tabla 7.6 Rigideces relativas de los modelos de elemento finito comparadas
con las de los modelos de referencia

Comparación de rigidez			
Tipo	k <sub>Mi</sub> /k <sub>Mj</sub>		error %
EF-R	k <sub>M2</sub> /k <sub>M1</sub>	44.6%	0.0%
	k <sub>M3</sub> /k <sub>M1</sub>	33.3%	0.0%
	k <sub>M3</sub> /k <sub>M2</sub>	74.5%	0.0%
EF-1	k <sub>M2</sub> /k <sub>M1</sub>	46.4%	4.0%
	k <sub>M3</sub> /k <sub>M1</sub>	30.9%	-7.2%
	k <sub>M3</sub> /k <sub>M2</sub>	66.5%	-10.8%
EF-2	k <sub>M2</sub> /k <sub>M1</sub>	46.0%	2.9%
	k <sub>M3</sub> /k <sub>M1</sub>	29.0%	-12.8%
	k <sub>M3</sub> /k <sub>M2</sub>	63.2%	-15.3%
EF-3	k <sub>M2</sub> /k <sub>M1</sub>	45.8%	2.6%
	k <sub>M3</sub> /k <sub>M1</sub>	27.9%	-16.0%
	k <sub>M3</sub> /k <sub>M2</sub>	61.0%	-18.1%
EF-4	k <sub>M2</sub> /k <sub>M1</sub>	45.8%	2.5%
	k <sub>M3</sub> /k <sub>M1</sub>	27.7%	-16.6%
	k <sub>M3</sub> /k <sub>M2</sub>	60.6%	-18.7%

Si se usa un elemento finito por Panel y castillos con barras, el marco con aberturas resulta ser menos Rígido con relación a los muros sin huecos modelados en forma similar i.e. usando este modelo, el marco con huecos tomará menos cortante que lo que se obtiene con el modelo De referencia

# Observaciones

 Los modelos de marcos con huecos tenderán a tomar menos cortante que el esperado con el modelo de referencia. Esta tendencia es mas marcada a medida que se refina la discretización

# 8 DIAGONAL EQUIVALENTE

En edificios construidos a base de marcos de concreto o de acero, es común el uso de muros de mampostería para aislar áreas de habitación, dividir los espacios o para cerrar marcos perimetrales en las colindancias del predio. Cuando estos muros rellenan totalmente el espacio de una crujía dentro de los elementos del marco (columnas y trabes) y están en contacto con los mismos, aportarán una restricción muy importante contra los desplazamientos laterales y de esta forma modificarán la respuesta ante solicitaciones sísmicas.

A este tipo de muros se le conoce como muro diafragma, y se considera como tal cuando los elementos del marco que lo rodea son lo suficientemente robustos. Si estos muros, dentro de marcos robustos de concreto o de acero, están reforzados con castillos y dalas o cadenas (mampostería confinada) estos últimos deben considerarse como parte del muro diafragma de mampostería.

La experiencia de la evaluación en eventos sísmicos sugiere que dichos elementos, aunque no hayan tenido un diseño formal, a menudo proporcionan la mayor parte de la resistencia lateral y han evitado el colapso de estructuras de marcos relativamente débiles ante efectos laterales. Sin embargo, la naturaleza de los materiales de estos muros les confiere un comportamiento relativamente frágil una vez que se ha alcanzado su resistencia, lo que puede llevar a irregularidades en resistencia y rigidez de la estructura que conduzca a comportamientos desfavorables como la formación de un entrepiso flexible o torsiones de planta. Más aun, ya que muchas veces estos muros no son incluidos en el análisis estructural, la contribución de rigidez y resistencia que proporcionan pueden invalidar el análisis así como el diseño y detallado de los marcos.

Para evitar que estos muros influyan en el comportamiento del edificio deberán estar desligados de la estructura, pero evitando otro tipo de fallas como el volteo fuera de su plano. En caso contrario se deben incluir al realizar el modelado, diseño y detallado del sistema estructural.

## 8.1 COMPORTAMIENTO

Ante bajas demandas laterales, el muro y el marco trabajan como una sola unidad, como una columna ancha (sección I) en la que las columnas (patines) proporcionan casi toda la rigidez a la flexión, mientras que el muro (alma) toma la fuerza cortante. Sin embargo, bastan desplazamientos laterales relativamente pequeños para que el muro se separe del marco en esquinas opuestas debido a las diferente deformabilidad de ambos sistemas, en cuyo caso el marco se apoyará contra el muro según se esquematiza en la Figura 8.1.

En el muro aparecen esfuerzos de compresión apreciables en las esquinas en contacto con el marco; la compresión sobre la diagonal que une dichas esquinas genera esfuerzos de tensión en dirección de la diagonal hacia las esquinas que se separan, produciéndose el agrietamiento. La distribución de esfuerzos en columnas y trabes, debido a la cercanía a los nudos no producen momentos flexionantes de importancia; sin embargo, las concentraciones de fuerzas cortantes sí son de consideración (Bazán y Meli, 1998).



Figura 8.1 Deformación de marco y muro diafragma y modelo con diagonal equivalente



Figura 8.2 a) Distribución de esfuerzos principales en el panel al separarse las esquinas a tensión, b) Diagramas de elementos mecánicos en los elementos del marco (Crisafulli, 1997)
En la Figura 8.2.a se muestra la distribución de esfuerzos principales en un muro diafragma modelado con el método del elemento finito en donde se ha considerado la separación de las esquinas donde se generarían esfuerzos de tensión. En la figura **8.2**.b se muestran los diagramas de los elementos mecánicos generados en las columnas y vigas del marco circundante. Nótese la concentración de momento flexionante y, en especial, de fuerza cortante en el extremo de columnas y vigas.

Dependiendo de las características de los materiales, de la geometría del muro, así como las secciones y armado de vigas y columnas se podrán presentar uno de los tres modos de falla principales (después de la separación de las esquinas):

- Por tensión diagonal (Figura. 8.3.a). Se presenta con agrietamientos inclinados, ya sea que atraviesen las piezas y juntas o con grietas que siguen las juntas siguiendo una trayectoria como escalera.
- 2) Por aplastamiento de la mampostería (Figura. 8.3.b). Generalmente se da en las esquinas a compresión del panel, pero puede ocurrir también en la parte central del muro.
- Por deslizamiento a lo largo de las juntas horizontales (Figura. 8.3.c). Generalmente se presenta en muros largos (la longitud horizontal excede la altura).
- 4) Una combinación de las anteriores, que puede iniciar, por ejemplo, con el agrietamiento por tensión diagonal o por deslizamiento, pero donde finalmente pierde resistencia al aplastarse partes de la mampostería en las esquinas de apoyo o a lo largo de las grietas.



Figura 8.3 Modos de falla de los muros diafragma: a) Tensión diagonal, b) Aplastamiento, c) Deslizamiento con cortante por fricción. (Crisafulli, 1997)





En la Figura 8.4 se muestra la gráfica de histéresis carga lateral contra distorsión, de un muro diafragma ensayado ante fuerzas cíclicas reversibles. La distorsión se definió como el cociente del desplazamiento horizontal en el eje de la trabe entre la altura.

En dicho ensaye, el comportamiento fue aproximadamente elástico lineal hasta la falla inicial que fue por tensión diagonal con grietas que siguieron las juntas. Posteriormente se obtuvo una capacidad adicional, aunque con menor rigidez, hasta la carga máxima obtenida para una distorsión de 0.006 donde se generalizó el aplastamiento de la mampostería.

# 8.2 MODELO DE ANÁLISIS

El método de la diagonal equivalente se basa en el comportamiento observado de los muros diafragma en que el muro queda apoyado únicamente en dos esquinas opuestas transmitiendo la fuerza lateral a lo largo de la diagonal del muro así definida.

Esta diagonal se considera articulada en sus extremos para proporcionar únicamente rigidez axial. Los muros sólo participarán en su diagonal a compresión debido a que en la otra diagonal se generan esfuerzos de tensión que hacen que se separen las respectivas esquinas del panel por lo que dicha diagonal no trabajará. En el caso de que se consideren las fuerzas en la otra dirección se propondrá otra diagonal de compresión y dejará de ser efectiva la primera.

En la Figura 8.5 se muestran las características geométricas que se toman para el modelado del muro diafragma como diagonal equivalente. En este ejemplo se presenta una única diagonal que se puede modelar como conectada a la unión de los elementos barra para vigas y columnas.

El módulo de elasticidad axial de la diagonal se toma como el de la mampostería, a pesar de que éste generalmente se obtiene para deformaciones de compresión normal a las juntas, mientras que aquí el eje de la diagonal está inclinado con respecto a las mismas.



Figura 8.5 Geometría considerada para el modelo de diagonal equivalente

Asimismo, se calcula el área de la diagonal mediante el producto del espesor del muro, *t*, y una anchura equivalente w.

Se han propuesto varios criterios para el cálculo de la anchura, w, de esta diagonal. Holmes propone un valor de la anchura de d<sub>m</sub>/3. Stafford Smith, basándose en resultados de pruebas en modelos a escala encontró que la anchura w de la diagonal equivalente variaba entre 0.24d<sub>m</sub> para relaciones de aspecto  $\alpha = 1$  hasta 0.09d<sub>m</sub> para  $\alpha = 5$ . Mainstone presenta expresiones que dan por resultado anchuras entre 0.06d<sub>m</sub> y 0.07d<sub>m</sub>.

Bazán, estudió también la modelación con diagonal equivalente mediante análisis de elemento finito donde se simuló la separación entre mampostería y marco (Bazán, 1980; Bazán y Meli, 1998). Para la anchura de la diagonal equivalente propuso:

$$w = (0.35 + 0.022) h \tag{8.1}$$

 $\lambda$  es un parámetro que expresa las rigideces relativas entre muro y marco y está dado por

$$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m} \tag{8.2}$$

donde

*E<sub>c</sub>* módulo de elasticidad del concreto,

*G<sub>m</sub>* módulo de rigidez a cortante de la mampostería,

A<sub>c</sub> área de una columna

A<sub>m</sub> área del muro

Con el uso de una diagonal uniendo entre los nudos de conexión de vigas y columnas se simplifica enormemente el modelado de muros diafragma, y se predice aceptablemente la deformabilidad de los marcos en su conjunto. Sin embargo, no se reproduce la verdadera la distribución de elementos mecánicos en los elementos del marco, ya que en dicha modelación (Figura. 8.5.a), se generan esencialmente fuerzas axiales en vigas y columnas asemejando al trabajo de una armadura, cuando en realidad se producen concentraciones de momentos y fuerzas cortantes en los elementos del marco (Figura. 8.2.b).

Para tomar en cuenta esta situación deberán revisarse los extremos de las columnas y trabes con la componente horizontal y vertical, respectivamente, de la fuerza axial en la diagonal (Figura 8.7, GDF, 2004). Una alternativa consiste en realizar un modelo ligeramente más refinado mediante el uso de múltiples diagonales como se muestra en la figura 8.5 (Crisafulli, 1997).

Crisafulli determinó que el modelo de múltiples diagonales más adecuado es el de tres diagonales mostrado en la figura 8.6.c, donde la diagonal principal tendrá el 50% del área de la diagonal equivalente, y cada diagonal adicional el 25%. La distancia en la que se conectan dichas diagonales con el marco está marcada en la figura como z/2, donde z es la longitud de apoyo entre el muro y la columna. El punto de conexión con la trabe se encuentra geométricamente al considerar dicha diagonal paralela a la diagonal principal. La revisión y detallado por cortante de la columna deberá extenderse toda la altura z.





La distancia de apoyo z puede tomarse simplificadamente como h/4, o bien usar el criterio de Stafford Smith (ver Crisafulli, 1997):

$$z = \frac{\pi}{2\lambda_h}h\tag{8.3}$$

donde  $\lambda_h$  se puede calcular como  $\lambda_h = \sqrt{\frac{E_m t h^2}{4E_c I_c}}$ , donde  $I_c$  es el momento de inercia de las columnas y *t* el espesor del muro.

Cuando la falla es por deslizamiento, el modo de falla es el mostrado esquemáticamente en la Figura 8.7.a, donde el muro se divide en dos bloques que deslizan a lo largo de un plano horizontal aproximadamente a la mitad de la altura. En este caso se forman puntales que apoyan en la parte central de las columnas. El mecanismo formado se puede representar con el modelo de la Figura **8.7**.b, en donde, adicional a un par de puntales, se tendría un elemento que proporcionará resistencia a cortante mediante fricción.

#### 8.3 REVISIÓN DE LOS ELEMENTOS

# 8.3.1 REVISIÓN DE LA RESISTENCIA A CORTANTE DEL MURO

La fuerza cortante resistente de diseño de la mampostería,  $V_{mR}$ , se puede determinar con el uso de las normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de mampostería (NTCM) del reglamento de construcciones para el Distrito Federal (GDF, 2004):



Figura 8.7 Modelo para falla por deslizamiento

$$V_{mR} = F_R \left( 0.85 v_m^* A_T \right) \tag{8.4}$$

donde

v<sub>m</sub>\* esfuerzo cortante resistente de diseño,

A<sub>T</sub> área bruta de la sección transversal del muro, y

F<sub>R</sub> factor de resistencia (0.7 según las NTCM).

Si se cuenta con refuerzo horizontal:

$$V_{sR} = F_R \eta \ p_h \ f_{yh} \ A_T \tag{8.5}$$

donde  $\eta$ ,  $p_h$  y  $f_{yh}$  son el factor de eficiencia, la cuantía y el esfuerzo especificado de fluencia del refuerzo horizontal, respectivamente. El factor de eficiencia,  $\eta$ , se especifica en las NTCM. Así, la resistencia total a cortante se estimará como  $V_{mR} + V_{sR}$ 

#### 8.4 REVISIÓN DE LOS ELEMENTOS DEL MARCO

Tal como se discutió en las secciones anteriores, la transmisión de la carga entre muro y marco se realiza sobre longitudes reducidas de las columnas cerca de las esquinas de

apoyo de cada diagonal de compresión. Si el modelado seleccionado es la diagonal sencilla, que conecta los nudos viga-columna, entonces deberán revisarse y detallarse los extremos de las columnas y vigas para el 50% de la componente horizontal y vertical, respectivamente, de la fuerza axial resultante de la diagonal equivalente. Las columnas se



Figura 8.8 Revisión de los extremos de los elementos del marco (GDF, 2004)





revisan con la mitad de la fuerza horizontal ya que se considera que el otro 50% se transmite por fricción a lo largo de las trabes en la zona de contacto; análogamente se realiza la revisión de las vigas.

Como criterio simplificado, se pueden revisar los cortantes en las columnas con el 50% de la resistencia a cortante calculada en el muro diafragma según la sección anterior. Nótese que para esta revisión, si el muro contiene refuerzo horizontal, deberá tomarse el factor de eficiencia como unitario  $\eta = 1$ .

# 9 DISEÑO POR TORSIÓN SÍSMICA

# 9.1 INTRODUCCIÓN

A pesar de que existen recomendaciones explícitas al respecto, el análisis de estructuras de mampostería y en general, de estructuras sometidas a torsión sísmica puede ser un aspecto que algunos ingenieros llegan a manejar intuitivamente (Damy, 1988), con todas las desventajas que esta práctica puede implicar. Para evitar lo anterior, se han propuesto métodos que simplifican este tipo de análisis.

Debido a sus características, el análisis por torsión de estructuras se simplificó de ser un problema dinámico a uno estático. Aún más, debido a lo laborioso que era el análisis del modelo tridimensional de una estructura, la simplificación se enfocó al análisis de estructuras planas. En la actualidad, la proliferación de programas comerciales para análisis estructural permite llevarlos a cabo en modelos tridimensionales de edificios de mampostería "sin mayor complicación". Sin embargo, este aspecto no ha facilitado el análisis por torsión de edificios.

Uno de los factores fundamentales que complican el análisis es la llamada torsión accidental, ocasionada por la excentricidad accidental causada por diversas incertidumbres inherentes tanto en el movimiento del suelo, como en las propiedades y características que conforman a los materiales y elementos que integran a las estructuras.

De seguirse al pie de la letra las recomendaciones de los reglamentos para incluir explícitamente la torsión accidental en los análisis estructurales de modelos tridimensionales de edificios, la cantidad de cálculos por hacer sería muy grande, a pesar de que se realizaran con la ayuda de una computadora. Una forma de resolver este problema consiste en elaborar programas de análisis de edificios que incluyan este aspecto automáticamente. Una manera más práctica consiste en desarrollar técnicas que, utilizando programas de análisis estructural existentes, permitan incluir estos efectos.

Actualmente existen diferentes propuestas que buscan reducir lo laborioso del proceso del análisis por computadora de modelos tridimensionales de estructuras sometidas a torsión (Ávila, 1991; Goel y Chopra, 1992; Escobar y otros, 2002, 2004a, 2004b, 2008).

En el presente trabajo se aplica el Procedimiento Simplificado de Diseño, PSD (Escobar y otros, 2002, 2004a, 2004b, 2008), al análisis por torsión de estructuras de mampostería. El objetivo es proporcionar un método práctico para calcular las fuerzas debido a la torsión sísmica. Así, el PSD, sin perder precisión en los cálculos, simplifica notablemente este tipo de análisis ya que basta un solo análisis de la estructura tridimensional, en cada una de sus dos direcciones ortogonales en planta, para calcular las fuerzas de diseño en todos los elementos estructurales.

Se analizan diversas estructuras de mampostería considerando el efecto de torsión sísmica. Se demuestra que al incluir este efecto es posible que la resistencia nominal de

alguno de los elementos estructurales se exceda poniéndose en riesgo la estabilidad del sistema. Esto a pesar de que se cumpla con la recomendación de las actuales Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, NTCS, (NTCS-04, 2004). En las que se establece que, para estructuras de mampostería con altura menor que 13 m, no es necesario analizar por torsión.

# 9.2 ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERÍA

Debido al gran número de estructuras de mampostería existentes y por construirse, el estudio de su comportamiento, particularmente sometidas a cargas sísmicas, ha generado una gran cantidad de investigaciones. En México, a partir de los años 60 se han realizado ensayes del comportamiento de los diferentes tipos de mampostería, tanto en condiciones estáticas, pseudoestáticas o dinámicas.

Esteva (1966), estudió el comportamiento de la mampostería diafragma frente a cargas cíclicas laterales. Posteriormente, Meli (1975), realizó estudios donde se determinó el comportamiento originado en la mampostería ante acciones sísmicas. Hernández y Meli (1976), proporcionaron criterios para la disposición del refuerzo en la mampostería con el fin de mejorar su comportamiento sísmico.

Alcocer y otros, (1999), han dedicado gran parte de sus investigaciones a analizar, modelar y tratar de comprender el comportamiento de la mampostería ante excitación sísmica antes y después de repararla (Trujillo y otros, 2007).

# 9.3 TORSIÓN SÍSMICA

Las estructuras sometidas a sismos intensos deben ser capaces de resistir desplazamientos significativos conservando su capacidad de carga. En el caso de edificios asimétricos estos desplazamientos provienen de la traslación y rotación de sus entrepisos. Por lo tanto, en su diseño se deberá considerar que, además de soportar los desplazamientos laterales, tienen que resistir los adicionales debido a torsión.

# 9.4 TORSIÓN SÍSMICA ESTÁTICA

Al igual que otros reglamentos de diseño por torsión, el RCDF permite llevar a cabo un análisis estático de las estructuras de edificios, considerando que las fuerzas sísmicas actúan en el centro de masas de cada uno de sus entrepisos, y que los momentos de torsión correspondientes son distribuidos entre los elementos resistentes. Sin embargo, las solicitaciones que se obtienen de este análisis son diferentes a las que resultan de un análisis dinámico tridimensional. Para tomar en cuenta este aspecto se utiliza un factor de amplificación de la excentricidad estática, que la corrige dentro de ciertos límites.

Por otro lado, los momentos de torsión en edificios reales difieren de los obtenidos en un análisis dinámico debido a factores no considerados explícitamente (Rosenblueth, 1979). Por una parte se pueden atribuir a las torsiones inducidas por el componente rotacional del terreno y a la diferencia en la llegada de las ondas sísmicas a los apoyos de las estructuras. Por la otra, a la diferencia entre las propiedades reales y las calculadas de las

mismas. Por esto último, debido a las incertidumbres inherentes en las propiedades estructurales, aun las estructuras nominalmente simétricas pueden ser afectadas por torsión (Pekau y Guimond, 1988; De la Llera y Chopra, 1994a, 1994b; Escobar, 1994, 1996; Escobar y Ayala, 1998). En la actualidad, resulta prácticamente imposible estimar con precisión esta torsión denominada accidental, la manera usual de considerarla en el diseño sísmico de estructuras es incluyendo un momento de torsión adicional, que se obtiene de suponer que la fuerza cortante que actúa en el entrepiso se desplaza de su posición original. A este desplazamiento de la fuerza cortante se le denomina excentricidad accidental y se expresa como un porcentaje de la dimensión máxima de la planta de la estructura que es perpendicular a la dirección del sismo.

#### 9.5 DISTRIBUCIÓN DEL CORTANTE POR TORSIÓN ENTRE LOS ELEMENTOS RESISTENTES

El cortante total  $Vtot_i$  en el *i-ésimo* elemento resistente del *j-ésimo* entrepiso del edificio será la suma algebraica del cortante directo  $Vd_i$ , y el cortante por torsión  $Vt_i$ , esto es

$$Vtot_i = Vd_i \pm Vt_i \tag{9.1}$$

donde

$$Vd_i = \frac{k_i}{\Sigma k_i} V_j \tag{9.2}$$

en esta ecuación Vj es el cortante en el *j-ésimo* entrepiso. El cortante por torsión para la dirección X en el *i-ésimo* elemento resistente será

$$Vt_i = \frac{M_j}{K_{\theta}} k_i y_i \tag{9.3}$$

donde  $K_{\theta} = \sum k_i x_i^2 + \sum k_i y_i^2$ , es la rigidez torsional del entrepiso,  $x_i$ ,  $y_i$  es la distancia a un punto de referencia,  $M_j$ . es el momento torsionante de entrepiso calculado como el producto del cortante de entrepiso y la excentricidad estructural o estática  $e_s$ . En edificios de varios pisos, el momento por torsión se puede calcular utilizando dos definiciones de excentricidad estática (Cheung y Tso, 1986; Tso, 1990), como se discute a continuación.

#### 9.5.1 EXCENTRICIDAD DE PISO.

Es la distancia entre el centro de masas, *CM*, y el centro de torsión, *CT* correspondiente para cada una de las direcciones X y Y de la estructura, esto es (Escobar y otros, 2004a):

$$e_s = x_{CM} - x_{CT}; e_s = y_{CM} - y_{CT}$$
 (9.4)

Las coordenadas  $x_{CM}$ ,  $y_{CM}$  del CM del *j-ésimo* piso se calculan como:

$$x_{CM} = \frac{\Sigma P_i y_i}{\Sigma P_i}, \quad y_{CM} = \frac{\Sigma P_i x_i}{\Sigma P_i}$$
(9.5)

donde  $P_i$  son las cargas verticales en el piso, y  $x_i$ ,  $y_i$  sus coordenadas respecto a un punto de referencia.

Para calcular las coordenadas  $x_{ct}$ ,  $y_{ct}$  del *CT* del piso, se pueden utilizar los cortantes directos. Estos pueden obtenerse al aplicar las fuerzas sísmicas laterales  $Fx_j$  y  $Fy_j$ , calculadas con un análisis sísmico estático, en los *CM* correspondientes, permitiendo únicamente la traslación pura de los pisos. Así, las coordenadas del *CT* se calculan con las ecuaciones siguientes:

$$x_{CT} = \frac{\Sigma (V_{dy\,i,j} - V_{dy\,i,j-1}) x_i}{F y_i}; \ y_{CT} = \frac{\Sigma (V_{dx\,i,j} - V_{dx\,i,j-1}) y_i}{F x_i}$$
(9.6)

donde  $V_{dxi,j}$  y  $V_{dyi,j}$  son los cortantes directos del *i-ésimo* elemento resistente; y  $x_i$ ,  $y_i$  son sus coordenadas respecto a un punto de referencia en las direcciones X y Y en el entrepiso j, respectivamente.

Por lo que el momento de torsión del *j-ésimo* piso para cada una de las direcciones X y Y de la estructura será:

$$T_j = F x_j e_s; \ T_j = F y_j e_s \tag{9.7}$$

El momento de torsión de entrepiso se obtiene sumando los momentos torsionantes de todos los pisos que se encuentran sobre éste. Así, el momento torsionante del *j-ésimo* entrepiso, para cada una de las direcciones X y Y está dado por:

$$M_j = \sum_{m=j}^n T_m \tag{9.8}$$

donde n es el número de entrepisos.

#### 9.5.2 EXCENTRICIDAD DE ENTREPISO

Es la distancia entre el centro de cortantes, *CC*, y el centro de rigideces, *CR*, de cada una de las direcciones *X* y *Y* de los entrepisos. Esto es:

$$e_s = x_{CC} - x_{CR}; e_s = y_{CC} - y_{CR}$$
 (9.9)

Las coordenadas  $x_{CC}$  y  $y_{CC}$  del CC del *j-ésimo* entrepiso se calculan como:

$$x_{CC} = \frac{\sum Fy_j x_{CM}}{Vy_j}; \ y_{CC} = \frac{\sum Fx_j y_{CM}}{Vx_j}$$
 (9.10)

donde  $Fx_j \gamma Fy_j$ , son las fuerzas sísmicas laterales aplicadas en *CM*;  $Vx_j \gamma Vy_j$  son los cortantes del entrepiso *j* en las direcciones *X* y *Y*, respectivamente.

Las coordenadas  $x_{cr}$ ,  $y_{cr}$  del *CR* se pueden calcular utilizando los cortantes directos como sigue:

$$x_{CR} = \frac{\Sigma(V_{dy \ i} \ x_i)}{Vy_i}; \ y_{CR} = \frac{\Sigma(V_{dx \ i} \ y_i)}{Vx_i}$$
(9.11)

o mediante las rigideces de los elementos resistentes como:

$$x_{CR} = \frac{\sum(k_i x_i)}{\sum k_i}; \ y_{CR} = \frac{\sum(k_i y_i)}{\sum k_i}$$
(9.12)

Con esta definición, el momento de torsión de entrepiso se obtiene directamente como el producto de la fuerza cortante y la excentricidad de entrepiso. Así, el momento torsionante del *j-ésimo* entrepiso para cada una de las direcciones ortogonales X y Y será:

$$M_j = V_j e_s \tag{9.13}$$

## 9.6 PROCEDIMIENTO SIMPLIFICADO DE DISEÑO POR TORSIÓN, PSD

El Procedimiento Simplificado de Diseño por torsión sísmica estática, *PSD*, utilizando factores de amplificación por torsión es una nueva opción para llevar a cabo el diseño por torsión sísmica. Consta de los siguientes pasos (Escobar y otros, 2004a):

- 1. A partir de un análisis sísmico estático, calcular las fuerzas cortantes de entrepiso considerando un sistema de fuerzas equivalentes obtenidas de un espectro de diseño sísmico.
- Calcular las fuerzas en los elementos estructurales (momentos flexionantes, fuerzas axiales, cortantes, etc.) producidas por los cortantes directos aplicando estáticamente las fuerzas calculadas en el paso anterior, en algún punto de cada uno de los pisos de un modelo tridimensional de la estructura e impidiendo su giro alrededor de un eje vertical.
- 3. Calcular las coordenadas de los *CC* y *CR* de cada uno de los entrepisos con los cortantes directos, utilizando las ecuaciones (9.10) y (9.11), respectivamente.
- Con las coordenadas del CC y del CR de cada uno de los entrepisos, con la ecuación (9) calcular la excentricidad estructural, e<sub>s</sub>. Con estos datos, clasificar a los elementos resistentes como *flexibles* si se encuentran del mismo lado del CC con respecto al CR, y como rígidos en caso contrario.
- 5. Calcular los Factores de Amplificación por Torsión, FAT, de los elementos resistentes flexibles y rígidos, respectivamente, con las ecuaciones siguientes, que para el caso del RCDF serán:

$$FATf_{i} = 1 + \frac{\zeta_{i}}{\rho^{2}} (0.1 + 1.5e)$$

$$FATr_{i} = 1 + \frac{\zeta_{i}}{\rho^{2}}(0.1 - e)$$
; para  $e < 0.1$ ;  $FATr_{i} = 1$ ; para  $e \ge 0.1$ 

En estas ecuaciones  $e = |e_s|/b$ ;  $\zeta_i = x_i/b$ ;  $x_i$  es la distancia del *i-ésimo* elemento estructural al *CR*; *b* es la dimensión máxima de la estructura perpendicular a la dirección de aplicación del sismo. El radio de giro normalizado  $\rho$  se puede determinar con los cortantes directos y los desplazamientos de entrepiso obtenidos del análisis estructural realizado en el paso 2. Así, el radio de giro normalizado,  $\rho_{xj}$  y  $\rho_{yj}$ , para cada uno de los ejes ortogonales, *X* y *Y*, del *j-ésimo* entrepiso de la estructura se puede obtener como:

$$\rho_{xj} = \frac{1}{b_{yj}} \sqrt{\frac{\sum V_{dy\,i} \, x_i^2 \,/\, dy_j + \sum V_{dx\,i} \, y_i^2 \,/\, dx_j}{\sum V_{dx\,i} \,/\, dx_j}}$$

$$\rho_{yj} = \frac{1}{b_{xj}} \sqrt{\frac{\sum V_{dy\,i} \, x_i^2 \,/\, dy_j + \sum V_{dx\,i} \, y_i^2 \,/\, dx_j}{\sum V_{dy\,i} \,/\, dy_j}}$$

donde bxj y byj son las dimensiones máximas en planta del entrepiso, perpendiculares a la dirección de excitación sísmica; y Vdx i, Vdy i y dxj, dyj son los cortantes directos del i-ésimo elemento resistente y los desplazamiento relativos de entrepiso correspondientes, obtenidos del análisis estructural realizado en el paso 2.

Calcular las fuerzas de diseño en los elementos estructurales. Para esto, las fuerzas en los elementos estructurales (momentos flexionantes, fuerzas axiales, cortantes, etc.) producidas por los cortantes directos calculados en el paso 2, se multiplican por los correspondientes FAT calculados en el paso 5. Esto es:

$$V_i = FATf_i(V_{di})$$
;  $V_i = FATr_i(V_{di})$ 

#### 9.7 APLICACIÓN

De acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Mampostería vigentes, NTCM (NTCM-04, 2004), el método simplificado se puede utilizar para analizar estructuras de mampostería que cumplan con ciertos requisitos (baja altura, distribución de muros muy regular en planta, al menos un eje de simetría, presentar una gran densidad de muros en sus dos direcciones ortogonales). Sin embargo, este método es útil principalmente para la etapa de prediseño o como un índice para comparar sus resultados con los de otros métodos más refinados. Se puede utilizar para el análisis y diseño de estructuras de hasta cinco pisos o con h < 13 m; ya que estas cumplen con las exigencias impuestas por el método.

Se analizó la respuesta torsional del modelo simplificado de un piso estudiado en la figura 6 de la Parte II Análisis. Se muestra detalladamente la influencia de la excentricidad estructural en el comportamiento por torsión sísmica.

Además, el *PSD* se aplicó a diferentes estructuras de mampostería confinada características del valle de México. Estas presentan diferentes niveles de asimetría en rigideces.

#### 9.8 CONSIDERACIONES PARA EL ANÁLISIS

Para el análisis estructural se construyeron modelos tridimensionales en el programa ETABS (CSI, 1997). Los muros y las losas se modelaron utilizando elementos finitos tipo cascarón cuidando la compatibilidad de deformaciones y esfuerzos entre cascarones.

#### 9.8.1 ANÁLISIS POR CARGAS VERTICALES

Se realizó el análisis por cargas verticales que se establece en las NTCM-04. Se supone que las juntas de los muros que soportan las losas tienen suficiente capacidad de rotación para que la rigidez a flexión fuera del plano de los muros sea nula. Así, los muros sólo soportarán carga axial. La carga vertical resistente, P<sub>R</sub>, se calculó como:

$$P_{R} = F_{R}F_{E}(f_{m} * +4)A_{T}$$
(9.14)

donde  $F_E$  es un factor de reducción por efectos de excentricidad y esbeltez; igual a 0.7 para muros interiores y a 0.6 para muros exteriores;  $F_R$  =0.6.

Para determinar la carga actuante se utilizó la combinación de acciones permanentes y variables multiplicada por un factor de carga de 1.4.

#### 9.8.2 ANÁLISIS POR CARGAS LATERALES

La fuerza cortante resistente de diseño, VmR, se determinó como:

$$V_{mR} = F_R (0.5 v_m * A_T + 0.3 P) \le 1.5 F_R v_m * A_T$$
(9.15)

donde  $A_T$  es el área bruta de la sección transversal del muro o segmento de muro que incluye los castillos y  $F_R$ =0.7. La carga P actuante incluye las acciones permanentes, variables instantáneas, y accidentales que resulten con el menor valor y sin multiplicar por el factor de carga. Además, si se utiliza el método simplificado se tiene que afectar esta resistencia por un factor de área efectiva,  $F_{AE}$  definido como:

$$F_{AE} = 1; \qquad \text{si } \frac{H}{L} \le 1.33 \tag{9.16}$$
$$F_{AE} = \left(1.33 \frac{L}{H}\right)^2; \qquad \text{si } \frac{H}{L} > 1.33$$

donde *H* y *L* es la altura libre y la longitud efectiva del muro, respectivamente.

A menos que se indique otra cosa, para determinar las fuerzas actuantes o de diseño, se supuso que las estructuras se localizan en la *Zona IIIa* del valle de México, con un coeficiente sísmico para el método estático *c*=0.4. Para el método simplificado se utilizó el coeficiente reducido de la Tabla 9.1 y para la combinación de cargas permanentes y accidentales se utilizó un factor de carga de 1.1.

**Tabla 9.1** Coeficientes sísmicos reducidos para el método simplificado, estructuras de mampostería grupo B (NTCS).

Zona	Piezas macizas	Piezas huecas

	Altura de construcción (m)			Altura de construcción(m)		
	Menor que 4	Entre 4 y 7	Entre 7 y 13	Menor que 4	Entre 4 y 7	Entre 7 y 13
I	0.07	0.08	0.08	0.10	0.11	0.11
II y III	0.13	0.16	0.19	0.15	0.19	0.23

El coeficiente de comportamiento sísmico que recomiendan las NTCM, para mampostería confinada de piezas macizas es Q=2. Sin embargo, para el resto de las piezas de mampostería se indica que Q=1.5. Debido a que la mampostería es un material frágil, no se garantiza un comportamiento dúctil apropiado. Para evaluar su efecto en el diseño por torsión, se utilizó Q=1.5 y 2.

# 9.9 EJEMPLOS

# 9.9.1 MODELO SIMPLIFICADO

Con el objetivo de evaluar la influencia de la excentricidad estática en el fenómeno de la torsión sísmica se analizó el modelo simplificado de la Figura 9.1. Para ello, la posición del muro m3 se desplazó hacia la derecha produciéndose una variación en la posición del *CR* y, en consecuencia, de la excentricidad dentro del intervalo  $0 \le e \le 0.2$ . Con esto, se cubren los valores permisibles del RCDF para  $e \le 0.1$  para el método simplificado y el de  $e \le 0.2$  para el método estático.



Figura 9.1 Modelo simplificado (cotas en m)

Para cada uno de los valores de excentricidad se aplicó una fuerza sísmica unitaria en dirección Y. En la Figura 2 se presenta la variación del valor del  $FAT_i$  para las diferentes posiciones normalizada  $\zeta_i$  de los elementos resistentes. Se observa que para elementos con  $\zeta_i \leq 0.4$ , FAT=1. Sin embargo, como se verá más adelante, en los modelos E1, E2 y E3, para el mismo intervalo FAT > 1.

Por otro lado, para elementos localizados dentro del intervalo  $0.4 \le \zeta_i \le 0.7$ , el incremento del valor del *FAT* muestra una tendencia ascendente sin relacionarse con la clasificación de los elementos (Figura 9.2).

En la Figura 3 se presenta la variación del valor del *FAT* debido a diferentes valores de la excentricidad normalizada *e* para los distintos muros.



Figura 9.2 Variación del FATi para diferentes posiciones de los elementos resistentes.



Figura 9.3 Variación del FAT para diferentes valores de excentricidad normalizada.

Para los elementos flexibles (los más desfavorables ante los efectos de la torsión ya que son los que están más alejados del *CR*), se puede observar que el valor del *FAT* es 1.9 para e = 0.1 y llega hasta 2.5 para e = 0.2.

En los elementos rígidos el mayor valor del *FAT* es 1.34 para e = 0 y, al aumentar e hasta 0.1, el *FAT* disminuye hasta 1 tal y como se establece en el paso 5 del *PSD*, el *FAT* nunca debe ser menor que la unidad. Esto significa que los efectos del cortante de diseño, *Vtot<sub>i</sub>*; nunca serán menores que los del cortante directo, *Vd<sub>i</sub>*.

El método simplificado se basa en la hipótesis de asignar una fuerza cortante a cada elemento muro proporcional a su área transversal e ignorar la torsión sísmica para estructuras con *e*≤0.1. Sin embargo, en el caso que se estudia, los valores del *FAT* mayores que la unidad para ese intervalo de excentricidad, muestran que este proceder puede conducir a decisiones que podrían poner en riesgo la estabilidad de construcciones diseñadas únicamente con este método.

# 9.10 CASA HABITACIÓN DE DOS PISOS

Estructura de una casa habitación de mampostería (Rascón y Brito, 1988) de dos pisos (Figura 9.4). Se ubica en la Zona IIIa del Distrito Federal. La planta baja mide 4 m de altura y el primer piso 3 m. Los muros de mampostería son de barro rojo recocido de 0.14 m de espesor y las losas de concreto reforzado de 0.12 m. Para el concreto se consideró una resistencia a compresión f<sup>°</sup>c = 25 MPa, un peso volumétrico de 22 kN/m3 y módulo de elasticidad E = 22 000 MPa.

De acuerdo con las NTCM, la mampostería de tabique de barro recocido con mortero tipo III tiene una resistencia a compresión  $f_m^* = 1.5 MPa$ ; peso volumétrico 13  $kN/m^3$ , módulo de elasticidad  $E_m = 600 f_m^* = 900 MPa$  y módulo de cortante  $G = 0.4 E_m = 360 MPa$ .

Con las características de los materiales se calcularon los pesos totales de los entrepisos considerando el peso de todos los elementos estructurales además de la carga viva instantánea. Así, se obtuvo para la planta baja 781.5 *kN* y para el primer piso 668.3 *kN*.





Piso	c=0.19		c=(	0.40			
Entrepiso	Fx <sub>i</sub> =Fy <sub>i</sub>	Vx <sub>j</sub> =Vy <sub>j</sub>	Fx <sub>i</sub> =Fy <sub>i</sub>	Vx <sub>j</sub> =Vy <sub>j</sub>			
2	137.6		289.7				
2		137.6		289.7			
1	91.9		193.6				
1		229.6		483.3			

 Tabla 9.2 Fuerzas y cortantes en la casa habitación (kN).

Para el análisis sísmico se consideró un factor de comportamiento sísmico Q=1.5. Los coeficientes sísmicos para el método simplificado se obtuvieron de la Tabla 7.1 de las NTCS.

Ya que la estructura tiene una altura de 7 m, se pueden utilizar dos valores para el coeficiente sísmico: 0.19 y 0.4; que corresponden al método simplificado y al estático respectivamente. Además, se consideró el periodo fundamental de vibración de la estructura para encontrar que el factor de comportamiento sísmico reducido es Q'=1.2. Así, al aplicar el análisis sísmico de acuerdo con las NTCS, se obtuvieron las fuerzas laterales que se presentan en la Tabla 9.2.

De acuerdo con las NTCM, se revisó que la distorsión lateral, multiplicada por el factor de comportamiento sísmico, no excediera 0.0025, valor estipulado para muros de carga de mampostería confinada de piezas macizas.

Con los datos anteriores se construyó un modelo tridimensional de la estructura y se le aplicaron estáticamente las fuerzas sísmicas de la Tabla 9.2 en los diafragmas rígidos, restringiendo los giros de las losas alrededor de un eje vertical. Para analizar los modelos, se utilizó el programa ETABS (CSI, 1997). Tanto las losas como los muros se modelaron utilizando elementos finitos tipo cascarón. La discretización de los elementos se realizó de tal manera que existiera unión en el perímetro y no sólo en sus nodos comunes. Con este análisis se obtuvieron los cortantes directos en los muros de mampostería.

Mediante las ecuaciones (9.10) y (9.11) y con los cortantes directos, se calcularon las coordenadas de los *CC* y *CR* de cada uno de los entrepisos (Tabla 9.3).

Conocidas estas coordenadas y utilizando la ecuación (9.9) se calculó la excentricidad estructural,  $e_s$ . (Tabla 9.3). En la Figura 9.5 se muestran estos resultados con ayuda de los cuales se clasificó a los elementos resistentes como *flexibles* o *rígidos* (Tabla 9.5).

( <i>m</i> ) y excentificidad flormalizada.							
Dirección	Entrepiso	СМ	СС	CR	es	е	
v	2	6.27	6.35	5.22	1.13	0.094	
^	1	6.24	6.29	5.43	0.86	0.072	
V	2	5.72	5.89	5.87	0.02	0.002	
Y	1	5.74	5.78	5.23	0.55	0.055	

**Tabla 9.3** Coordenadas de los *CM*, *CC* y *CR*, excentricidad estática (*m*) y excentricidad normalizada.



Figura 9.5. Localización del CC y CR en la casa habitación estudiada.

		alla antina alla	
I ADIA Y 4 RIGINEZ TORSION	nai v radios	de giro de	ins entrenisos
	iui y iuuios		105 Chill Cpi505.

Entrepiso	$K_{j heta}$	ρχ	$\rho_x^2$	$\rho_y$	$\rho_y^2$
2	535566	0.5002	0.2502	0.7475	0.5588
1	620228	0.5128	0.2630	0.7297	0.5324

Tabla 9.5 Clasificación, posición normalizad	da en la planta de la estructura y FAT
de los elementos resistentes.	

Dinessión	-		į	ζ <sub>i</sub>	FATi	
Direction	Elemento	Про	Entrepiso 1	Entrepiso 2	Entrepiso 1	Entrepiso 2
	1X	rígido	0.587	0.587	1.044	1.108
x	2X	rígido	0.187	0.187	1.010	1.034
	3X	flexible	0.013	0.013	1.026	1.002
	4X	flexible	0.413	0.413	1.164	1.072
	1Y	rígido	0.452	0.435	1.048	1.011
	2Y	rígido	0.077	0.060	1.008	1.001
Y	3Y	flexible	0.173	0.190	1.136	1.183
	4Y	flexible	0.256	0.273	1.202	1.263
	5Y	flexible	0.548	0.565	1.433	1.544

Dirocción Entropico		Elemente -	v	d <sub>i</sub>	V <sub>mR</sub>	c=(	0.19	c=(	0.40
Direccion	Entrepiso	Elemento	c=0.19	c=0.40		Vtot <sub>i</sub>	Vtot <sub>i</sub> /V <sub>mR</sub>	Vtot <sub>i</sub>	Vtot;/V <sub>mR</sub>
		1X	34.6	72.8	134.1	38.3	0.29	80.7	0.60
		2X	21.6	45.4	61.8	22.3	0.36	47.0	0.76
	2	3X	19.4	40.8	58.3	19.4	0.33	40.9	0.70
		4X	58.2	122.5	135.6	62.4	0.46	131.4	0.97
V			133.8	281.5	389.8				
X		1X	75.0	157.9	160.6	78.3	0.49	164.9	1.03
		2X	35.5	74.8	72.4	35.9	0.50	75.6	1.04
	1	3X	30.5	64.3	69.3	31.3	0.45	66.0	0.95
		4X	86.4	181.9	157.5	100.6	0.64	211.7	1.34
			227.4	478.9	459.9				
	2	1Y	58.9	124.0	175.1	59.5	0.34	125.3	0.72
		2Y	10.4	22.0	55.9	10.4	0.19	22.0	0.39
		3Y	24.1	50.8	71.8	28.5	0.40	60.1	0.84
	2	4Y	7.7	16.1	71.5	9.7	0.14	20.3	0.28
		5Y	34.7	73.1	102.5	53.6	0.52	112.8	1.10
V			135.8	286.0	476.8				
Ŷ		1Y	95.0	200.1	207.4	99.7	0.48	209.8	1.01
		2Y	16.4	34.5	77.6	16.5	0.21	34.8	0.45
	1	3Y	33.2	69.8	87.7	37.7	0.43	79.3	0.90
	I	4Y	25.1	52.8	86.0	30.2	0.35	63.5	0.74
		5Y	58.7	123.5	118.3	84.0	0.71	177.0	1.50
			228.4	480.7	577.0				

**Tabla 9.6** Efectos en los elementos estructurales, cortantes directos, resistentes, y totales incluyendo torsión (kN).

Los cortantes directos y los desplazamientos de entrepiso correspondientes, obtenidos del análisis estructural realizado en el paso 2, se utilizaron para calcular el radio de giro normalizado,  $\rho_{xj}$  y  $\rho_{yj}$ , para cada uno de los ejes ortogonales de los entrepisos (Tabla 9.4).

Después, y de acuerdo con la posición y clasificación de los elementos resistentes (Figura 9.5), se calculó el *FAT* para cada uno de ellos (Tabla 9.5). En esta, el valor del *FAT* muestra la magnitud del incremento que la torsión sísmica produce en las fuerzas producidas por el cortante directo en los elementos estructurales.

De acuerdo con la Sección 5.4.2 de las NTCM, la capacidad de carga de los muros de mampostería se calculó, como  $V_{mR}=F_R(0.5 v_m A_T+0.3P) \le 1.5 F_R v_m A_T$ ; para  $v_m=3 kg/cm^2$  y  $F_R=0.7$  (Tabla 9.6).

Los cortantes directos para los dos coeficientes sísmicos utilizados, los cortantes resistentes, y los cortantes totales de cada elemento resistente incluyendo los efectos de torsión se presentan en la Tabla 9.6 para las direcciones X y Y respectivamente.

De acuerdo con la revisión que se señala en el inciso 7 de las NTCS, en la Tabla 9.6 para la dirección Y de la estructura analizada para *c*=0.4, se puede observar que la capacidad de carga global de sus entrepisos es superior a la demanda. Así, para la planta baja es de 577 *kN* contra 480.7 *kN* respectivamente, mientras que el primer piso tiene 476.8 *kN* de resistencia contra 286 *kN* de fuerza actuante. Sin embargo, a pesar de ello la capacidad de carga del elemento 5Y se excede hasta 50% en la planta baja, lo cual puede significar un riesgo para la estabilidad de la estructura.

Para la dirección X se puede observar que, además de que la capacidad de carga global de la planta baja es inferior que la demanda, para los elementos 1X, 2X y 4X se excede su capacidad de carga, particularmente en este último hasta 34%.

# 9.11 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El método simplificado es, sin duda, una herramienta útil en la etapa de diseño conceptual de las estructuras y sirve, principalmente, para localizar a los elementos resistentes en la planta de las mismas de la manera más eficaz; es decir, para prediseñar. Es útil también para comparar sus resultados con los de otros métodos más elaborados y tener un índice de comprobación. Sin embargo, comparar la capacidad de carga de los entrepisos (suma de las resistencias de los muros) con la fuerza cortante actuante, como lo propone el método simplificado, puede conducir a resultados poco confiables. Por lo que se recomienda realizar esta comparación elemento por elemento y considerar los efectos de torsión.

Por otro lado, el método estático (aplicado correctamente, según las NTCS), considera la torsión sísmica estática, por lo que resulta adecuado para el diseño estructural.

Debido a que la ductilidad en las estructuras de mampostería la proporciona básicamente el refuerzo de acero adicional en los muros o en castillos y dalas, la elección del factor de comportamiento sísmico Q es muy significativa. En este sentido, los resultados obtenidos con Q=1.5 mostraron que este valor produce fuerzas grandes, mismas que excedieron la capacidad de carga de los tres últimos modelos estudiados. Por lo anterior, se recomienda diseñar correctamente los elementos de confinamiento para garantizar la capacidad de formación de los muros.

Con el objetivo de proporcionar un método práctico para calcular las fuerzas debido a la torsión sísmica, se aplicó el Procedimiento Simplificado de Diseño, *PSD*, al análisis por torsión de estructuras de mampostería. El *PSD*, simplifica notablemente este tipo de análisis sin perder precisión en los cálculos ya que basta un solo análisis de la estructura tridimensional, en cada una de sus dos direcciones ortogonales en planta, para calcular las fuerzas de diseño en todos los elementos estructurales.

El *PSD* distribuye el cortante sísmico por torsión y determina el factor de amplificación por torsión, *FAT*, para cada elemento resistente de acuerdo con lo especificado en el RCDF. Esto permite conocer, cuantitativamente, el efecto que tendrá la torsión sísmica en cada uno de los elementos resistentes de las estructuras. El *PSD* está diseñado para utilizarse con programas comerciales de análisis estructural, pudiéndose realizar modelos estructurales complejos como la mampostería con elementos finitos.

Al calcular las fuerzas por torsión en estructuras de mampostería es posible que la resistencia nominal de alguno de los elementos estructurales se exceda poniéndose en riesgo la estabilidad del sistema. Esto a pesar de que se cumpla con la recomendación de las actuales Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo en las que se establece que, para estructuras de mampostería con altura menor que 13 *m*, no es necesario analizar por torsión, sino que basta con comprobar que la capacidad de carga global de sus entrepisos sea superior que la demanda.

Por lo anterior, se recomienda revisar siempre la capacidad de carga de cada uno de los elementos estructurales considerando los efectos de la torsión sísmica que se pueden calcular, de manera práctica con el Procedimiento Simplificado de Diseño propuesto.

#### 9.12 REFERENCIAS

Ángeles P.I., (2008), "Diseño por torsión sísmica de estructuras de mampostería", Tesis de Ingeniero Civil, FES Acatlán, UNAM. México.

Alcocer S.M., Murià Vila D., y Peña I., (1999), "Comportamiento dinámico de muros de mampostería confinada", Instituto de Ingeniería, 616, UNAM. México.

Ávila J.A., (1991), "Comentarios y Ejemplos a las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, DDF", Instituto de Ingeniería, ES-7, UNAM, México.

Bazán E, y Meli R., (1998), "Diseño sísmico de edificios", Editorial Limusa, México.

CSI, (1997), "ETABS, Analysis Reference", Vols. I y II, Computers and Structures Inc., Berkeley California, EUA.

Cheung V. W-T, y Tso E.K., (1986), "Eccentricity in irregular multistorey buildings", Canadian Journal of Civil Engineering, 13(1), pp 46-52.

Damy J., (1988), "Comentarios al inciso 8.6 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Ingeniería Sísmica, No. 33, pp 66-99.

De la Llera J.C. y Chopra A.K., (1994a), "Accidental-torsion in buildings due to stiffness uncertainty", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 23, pp 117-136.

De la Llera J.C., y Chopra A.K., (1994b), "Evaluation of code accidental-torsion provisions from building records", ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 120, pp 597-616.

Escobar J.A., (1994), "Respuesta sísmica de estructuras asimétricas inelásticas con propiedades inciertas", Tesis doctoral, UNAM, México.

Escobar J.A., (1996), "Seismic torsion in non-linear nominally symmetric structures due to random properties", 11th World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, México.

Escobar J.A., y Ayala G., (1998), "Yielding seismic response of code designed single storey asymmetric structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, pp 525-541.

Escobar J.A., Mendoza J.A., y Gómez R., (2002), "Procedimiento simplificado para diseño por torsión sísmica estática", XIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Puebla, Pue.

Escobar J.A., Mendoza J.A. y Gómez R., (2004a), "Diseño por torsión sísmica estática simplificado", Revista de Ingeniería Sísmica de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, No. 70, pp 77-107, enero-junio.

Escobar J.A., Cisneros C.M., y Gómez R., (2004b), "Evaluación de criterios de diseño por torsión sísmica estática para edificios de varios pisos", Revista de Ingeniería Sísmica de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, No. 71, pp 63-89, julio-diciembre.

Escobar J.A., Mendoza J.A., y Gómez R., (2008), "Effect of earthquakes on some kind of buildings", American Journal of Environmental Sciences, 4 (3), pp 175-183.

Esteva L., (1966), "Behavior under alternating loads of masonry diaphragms framed by reinforced concrete members", International Symposium on the Effects of Repeated Loading of Materials and Structural Elements, RILEM, México D.F., México.

Farias R., (1987), "Muros de carga: sismo", Facultad de Arquitectura, UNAM, Mexico.

Goel R.K., y Chopra A.K., (1992), "Seismic code analysis of buildings without locating centers of rigidity", ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 10, pp 3039-3055.

Hernández O., y Meli R., (1976), "Modalidades de refuerzo para mejorar el comportamiento sísmico de muros de mampostería", Instituto de Ingeniería, 382, UNAM. México.

Meli R., (1975), "Comportamiento sísmico de muros de mampostería", Instituto de Ingeniería, 352, UNAM, México.

NTCM-04, (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Mampostería", Gaceta Oficial del Distrito Federal, 6 de octubre de 2004, México DF, México.

NTCS-04, (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Gaceta Oficial del Distrito Federal, 6 de octubre de 2004, México DF, México.

Pekau O.A. y Guimond R., (1988), "Accidental torsion in yielding symmetric structures", 9th World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Japón, Vol. V, pp V-85-V-90.

RCDF-04, (2004), "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Gaceta Oficial del Distrito Federal, 29 de enero de 2004, México DF, México.

Rascón O., y Brito R., (1988), "Evaluación simple de la seguridad sísmica de edificios de mampostería de acuerdo al Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal de 1987", inédito.

Rosenblueth E., (1979), "Seismic design requirements in a 1976 Mexican Code", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 7, pp 49-61.

Trujillo R., Escobar J.A., y Gómez R., (2007), "Modelos para analizar estructuras con muros de mampostería confinada", Ingeniería Civil, Colegio de Ingenieros Civiles de México, México.

Tso W.K., (1990), "Static eccentricity concept for torsional moment estimations", ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 16, pp 1199-1212, mayo.

# **10 ANÁLISIS POR TEMPERATURA**

# 10.1 INTRODUCCIÓN

En el análisis de estructuras de mampostería es común no considerar los efectos de la variación de la temperatura, lo cual es válido para estructuras ubicadas en lugares donde no se producen grandes variaciones de temperatura en el transcurso del día; sin embargo, en sitios donde estas variaciones llegan a ser significativas y entre mayores sean las dimensiones de la estructura, los esfuerzos producidos en los muros no son despreciables y deben ser tomados en cuenta en el diseño de los mismos.

Las NTCDF hacen referencia al análisis por temperatura en su sección 3.2.4

3.2.4 Análisis por temperatura

Cuando por un diferencial de temperaturas así se requiera, o cuando la estructura tenga una longitud mayor de 40 m, será necesario considerar los efectos de la temperatura en las deformaciones y elementos mecánicos. Se deberá poner especial cuidado en las características mecánicas de la mampostería al evaluar los efectos de temperatura.

En el presente documento se hace el análisis de tres edificios que presentan modulaciones de muros típicas en edificios de mampostería para uso residencial, en los cuales se consideró el efecto que causa la dilatación de sus losas, tanto de azotea como de entrepiso.

# 10.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Se analizaron tres tipos de edificios, todos con un ancho de 7.0 m y una altura de 15.60 m (6 niveles), considerando longitudes de 36, 48 y 60 m, denominando a cada edificio MH-36, MH-48 y MH-60 respectivamente. Los modelos están formados por módulos de 7.00 x 12.00 m que se repiten en la dirección larga según se puede ver en las figuras 10.1, 9.2 y 10.3.

Se consideró que el sistema de piso está formado por una losa maciza de concreto, con un espesor de 15 cm, apoyada directamente sobre los muros de mampostería



Figura 10.1 Modelo MH-36

Tabla 9.1	Propiedades	de los	Material	s
	1 i opicadace	, ac 105	i vi acci i ait	

	a siz i opiedades						
	Concreto	Mampostería 1	Mampostería 2				
Módulo de elasticidad	221360 kg/cm <sup>2</sup>	$32000 \text{ kg/cm}^2$	16000 kg/cm <sup>2</sup>				
Coef. de dilatación térmica	1 x 10 <sup>-5</sup> 1/°C	0.6 x 10 <sup>-5</sup> 1/ °C	0.6 x 10 <sup>-5</sup> 1/ °C				
v* <sub>m</sub>		$5.0 \text{ kg/cm}^2$	$3.0 \text{ kg/cm}^2$				



Figura 9.2 Modelo MH-48



Figura 10.3 Modelo M-60

Se consideró un solo tipo de concreto y dos tipos de mampostería, en la tabla siguiente se muestran las propiedades utilizadas en el análisis.

Los muros se analizaron mediante el método de la columna ancha, y las losas se modelaron mediante elementos barra ligados rígidamente a los muros de mampostería.

### **10.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Se realizaron dos tipos de análisis, en el primero se consideró un incremento de temperatura en la losa de azotea únicamente, mientras que en el segundo se consideró también un incremento de temperatura en las losas interiores.

## 10.4 INCREMENTO DE TEMPERATURA EN LA LOSA DE AZOTEA

Para los tres modelos en consideración se hizo variar el incremento de temperatura en la losa de azotea de 5 a 35 °C, se observó en todos los modelos que las deformaciones y por tanto las fuerzas cortantes máximas se concentraban en los muros exteriores del último nivel como se puede apreciar en las siguientes figuras.



Figura 10.4 Deformada Modelo M-30

_ \		/ ~
_		
-		 

Figura 10.5 Deformada Modelo M-30



Figura 9.6 Deformada Modelo M-60



Figura 10.7 Diagrama de cortantes Modelo M-30



Figura 10.8 Diagrama de cortantes Modelo M-45



Figura 10.9 Diagrama de cortantes Modelo M-60

Los valores obtenidos de fuerza cortante última y desplazamiento máximo para el muro extremo del nivel 6 se presentan en la Tabla 10.2 y 10.3, para mampostería tipo 1 y tipo 2 respectivamente.

Con la finalidad de determinar cuán grande es la fuerza cortante originada en los muros, producto de la dilatación de la losa de azotea se calculó el cortante resistente del muro, considerando que se trata de mampostería confinada con y sin refuerzo horizontal para los dos tipos de mampostería en estudio.

Para el cálculo de la fuerza cortante resistida por la mampostería se consideró como carga vertical, solamente la carga muerta actuando sobre el muro.

```
10.5 MAMPOSTERÍA TIPO 1
```

10.5.1 SIN REFUERZO HORIZONTAL  $V_{mR} = F_R (0.5 v_m^* A_T + 0.3 P) \le 1.5 F_R v_m^* A_T$   $V_{mR} = 0.7 (0.5 \times 0.5 \times 3600 + 0.3 \times 2362) \le 1.5 \times 0.7 \times 5.0 \times 3600$  $V_{mR} = 6.8 T < 18.9 T$ 

ΔT [°C]	<i>V<sub>u</sub></i> [T] (Nivel 6)			δ	[mm] (Nive	el 6)
	MH-36	MH-48	MH-60	MH-36	MH-48	MH-60
5	3.55	4.21	4.64	0.67	0.89	1.084
10	7.10	8.41	9.28	1.35	1.78	2.17
15	10.65	12.62	13.92	2.03	2.67	3.25
20	14.19	16.82	18.56	2.71	3.56	4.34
25	17.74	21.03	23.20	3.38	4.45	5.42
30	21.29	25.23	27.84	4.06	5.34	6.50
35	24.84	29.44	32.48	4.74	6.23	7.59

Tabla 10.2 Mampostería Tipo 1

Tabla 10.3 Mampostería Tipo 2

ΔT [°C]	<i>V<sub>u</sub></i> [T] (Nivel 6)			δ	[mm] (Nivel 6)		
	MH-36	MH-48	MH-60	MH-36	MH-48	MH-60	
5	2.32	2.87	3.28	0.71	0.94	1.15	
10	4.64	5.74	6.33	1.41	1.88	2.40	
15	6.96	8.62	9.83	2.12	2.81	3.46	
20	9.29	11.49	13.11	2.82	3.75	4.61	
25	11.61	14.36	16.28	4.53	4.69	5.76	
30	13.93	17.23	19.66	4.24	5.63	6.91	
35	16.25	20.11	22.94	4.94	6.57	8.07	

10.5.2 CON REFUERZO HORIZONTAL MÍNIMO

$$p_{h\min} = \frac{3}{f_{yh}} = \frac{3}{6000} = 0.0005$$
  

$$\eta = 0.6 \qquad si \qquad p_h f_{yh} \le 6 \text{ kg/cm}^2$$
  

$$V_{sR} = F_R \eta \, p_h f_{yh} A_T = 0.7 \times 0.6 \times 0.0005 \times 6000 \times 3600 \times 10^{-3} = 4.54 \text{ T}$$
  

$$V_R = V_{mR} + V_{sR} = 6.80 + 4.54 = 11.34 \text{ T}$$

10.6 MAMPOSTERÍA TIPO 2

10.6.1 SIN REFUERZO HORIZONTAL

 $V_{mR} = F_R (0.5 v_m^* A_T + 0.3 P) \le 1.5 F_R v_m^* A_T$ 

$$V_{mR} = 0.7(0.5 \times 3.0 \times 3600 + 0.3 \times 2362) \le 1.5 \times 0.7 \times 3.0 \times 3600$$
  
$$V_{mR} = 4.28 \quad ton \quad < \quad 11.34 \quad ton$$

10.6.2 CON REFUERZO HORIZONTAL MÍNIMO  

$$p_{hmin} = \frac{3}{f_{yh}} = \frac{3}{6000} = 0.0005$$

$$\eta = 0.6 \quad si \quad p_h f_{yh} \le 6 \ kg \ / \ cm^2$$

$$V_{sR} = F_R \ \eta \ p_h \ f_{yh} \ A_T = 0.7 \times 0.6 \times 0.0005 \times 6000 \times 3600 \times 10^{-3} = 4.54 \ ton$$

$$V_R = V_{mR} + V_{sR} = 4.28 + 4.54 = 8.82 \ ton$$

En las siguientes gráficas se presenta la variación de la fuerza cortante última en función del incremento de temperatura.



#### 10.7 INCREMENTO DE TEMPERATURA

Se estudió el efecto que tendría en los muros de mampostería un incremento de temperatura tanto en la losa de azotea como en las losas de entrepiso, para esto se consideraron dos casos principales, en el primero se aplicó un incremento de temperatura a la losa de azotea de 20 °C, mientras que en el segundo el incremento fue de 25 °C. Para ambos casos se mantuvo constante el incremento de temperatura en la losa de azotea mientras se hacía variar el incremento de temperatura en las losas de entrepiso de 0.0 a 0.5 veces la variación de temperatura en la losa de azotea.

En las siguientes figuras se muestra la deformada de los tres tipos de modelos de estudio.



Figura 10.11 Deformada Modelo MH-36



Figura 10.12 Deformada Modelo MH-48



Figura 10.13 Deformada Modelo MH-60

Se observo que según se va incrementando la variación de temperatura en las losas de entrepiso la fuerza cortante en los muros del último nivel va disminuyendo mientras que en los muros de planta baja ocurre lo contrario. En las siguientes figuras se muestra los diagramas de cortantes para tres valores del incremento de temperatura en las losas de entrepiso, dichos diagramas corresponden al modelo MH-60.

Los valores de la fuerza cortante última del muro exterior del primer y sexto nivel se muestran en las siguientes tablas:



**Figura 10.14** Diagrama de cortantes para  $\Delta$ Text =25 °C y  $\Delta$ Tint = 2.5 °C



**Figura 10.15** Diagrama de cortantes para  $\Delta$ Text =25 °C y  $\Delta$ Tint = 7.5 °C



**Figura 10.16** Diagrama de cortantes para  $\Delta$ Text =25 °C y  $\Delta$ Tint = 12.5 °C

$\Delta$ Tazotea = 20 ºC						
$\Delta T$	Vu [ t ] (Nivel 6)			Vu	[t] (Nivel	1)
entrepiso	MH-36	MH-48	MH-60	MH-36	MH-48	MH-60
0	14.19	16.82	18.56	0.20	0.36	0.60
2	12.75	15.10	16.64	2.90	3.47	3.80
4	11.31	13.38	14.72	6.00	7.30	8.20
6	9.87	11.66	12.81	9.10	11.12	12.60
8	8.43	9.94	10.89	12.20	14.95	17.00
10	6.99	8.22	8.97	15.29	18.78	21.40
 ΔTazotea = 25 %C						
0.0	17.74	21.03	23.20	0.25	0.45	0.75
2.5	15.94	18.88	20.80	3.63	4.34	4.75
5.0	14.14	16.73	18.41	7.50	9.12	10.25
7.5	12.34	14.58	16.01	11.37	13.90	15.75
10.0	10.54	12.43	13.61	15.25	18.69	21.25
12.5	8.74	10.28	11.22	19.12	23.47	26.74

Tabla 9.4 Fuerza cortante en muros extremos (Mampostería tipo 1)

 Tabla 10.5 Fuerza cortante en muros extremos (Mampostería tipo 2)

$\Delta$ Tazotea = 20 °C						
$\Delta T$	Vu [ t ] (Nivel 6)			Vu	[t](Nivel	1)
entrepiso	MH-36	MH-48	MH-60	MH-36	MH-48	MH-60
0	9.29	11.49	13.11	0.09	0.14	0.21
2	8.35	10.33	11.77	1.72	2.17	2.51
4	7.41	9.16	10.44	3.52	4.47	5.23
6	6.47	8.00	9.11	5.33	6.78	7.94
8	5.53	6.84	7.78	7.14	9.08	10.66
10	4.60	5.67	6.44	8.94	11.39	13.38
∆Tazotea = 25 ºC						
0.0	11.61	14.36	16.38	0.11	0.17	0.26
2.5	10.43	12.91	14.72	2.15	2.71	3.14
5.0	9.26	11.45	13.05	4.40	5.59	6.53
7.5	8.09	10.00	11.39	6.66	8.47	9.93
10.0	6.92	8.54	9.72	8.92	11.35	13.33
12.5	5.74	7.09	8.05	11.18	14.23	16.72

A partir de los datos anteriores se pudo elaborar los siguientes figuras que muestran la variación de la fuerza cortante en los muros en función del incremento de temperatura en las losas.

En las Figuras 10.17.a y 10.17.b se observa que la fuerza cortante en el muro extremo del nivel 6 se reduce en forma lineal conforme se va incrementando la dilatación de las losas de entrepiso, se ve que el fenómeno es el mismo para los tres modelos de estudio. En todos los casos la fuerza cortante se reduce en una proporción similar al incremento de la relación  $\Delta T_{entrepiso}/\Delta T_{azotea}$ 

En las Figuras 10.18.a y 10.18.b se presenta la reducción de fuerza cortante en el mismo muro pero para mampostería tipo 2, como se puede ver el comportamiento es similar en ambos tipos de mampostería.



Figura 10.17 Variación de fuerza cortante en muro nivel 6 (Mampostería Tipo 1)



Figura 10.18 Variación de fuerza cortante en muro nivel 6 (Mampostería Tipo 2)

En las Figuras 10.19.a y 10.19.b se presenta el incremento que sufre la fuerza cortante en el muro extremo del primer nivel para mampostería tipo 1, también a manera de referencia se muestra el valor de la fuerza cortante resistente de dicho muro considerando que se trata de mampostería con y sin refuerzo horizontal, la carga vertical considerada para el cálculo de la fuerza cortante resistida por la mampostería fue solamente el peso de los muros y losas por encima de dicho nivel, obteniéndose los siguientes valores

# **MAMPOSTERÍA TIPO 1**

 $V_{mR} = 11.27 \ ton$ 

<u>Con Refuerzo Horizontal</u>  $V_R = 18.03 \ ton$ 

# **MAMPOSTERÍA TIPO 2**

<u>Sin Refuerzo Horizontal</u>	Sin Refuerzo Horizontal		
$V_{mR} = 8.75 \ ton$	$V_{R} = 14.00 \ ton$		

Se puede observar que el incremento de la fuerza cortante es prácticamente lineal para los tres modelos. En el caso de mampostería Tipo 1 se ve que para un incremento de 20 °C en la losa de azotea el cortante resistente del muro se excede a partir de que las losas de entrepiso sufren un incremento de temperatura superior al 50 % del incremento que sufre la losa de azotea en los modelos MH-36 y MH-48, mientras que en el caso del modelo MH-60 el cortante resistente es excedido cuando el incremento en las losas intermedias es superior al 43 % del incremento en la losa de azotea, en cambio cuando el incremento de temperatura en la losa de azotea es de 25 °C el cortante resistente del muro se excede a partir de una variación en la temperatura de las losas de entrepiso mayor al 40 % del incremento que se da en la azotea.



Figura 10.19 Variación de fuerza cortante en muro nivel 1 (Mampostería Tipo 1)

En las Figuras 10.20.a y 10.20.b se presenta los resultados obtenidos para mampostería tipo 2, dichos resultados son muy similares a los anteriores, pero al tratarse de una mampostería menos rígida la fuerza cortante que toma también es menor, así cuando la losa de azotea sufre un incremento de temperatura de 20 °C, el cortante resistente del muro no es excedido mientras el incremento en las losas de entrepiso sea menor al 50 % del incremento sufrido por la losa exterior.



Figura 10.20 Variación de fuerza cortante en muro nivel 1 (Mampostería Tipo 2)

Para el caso en que se dio un incremento de temperatura de 25 ºC a la losa de azotea, el cortante resistente se excede solamente en el modelo MH-60 para incrementos de temperatura en las losas de entrepiso superiores a 42 % del incremento exterior.

# **10.8 CONCLUSIONES**

- Se observó que los muros ubicados en el sentido largo del edificio son los que más sufren por la dilatación de las losas de azotea y/o entrepisos
- Cuando el incremento de temperatura ocurre solamente en la losa de azotea las fuerzas cortantes se concentran prácticamente en los muros del último nivel
- Los muros ubicados en los extremos de la edificación son lo que se encuentran sometidos a mayor fuerza cortante.
- Los muros perpendiculares a la dirección larga del edificio no se ven afectados
- La capacidad de los muros sin refuerzo horizontal pueden ser fácilmente excedida aún para valores de 5 o 10º C de variación de temperatura.
- Entre más muros se tenga en la dirección larga es mejor, ya que de esta forma el cortante generado por la dilatación de las losas se distribuye entre más elementos.

# PARTE III Temas especiales de diseño

# **11 INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA**

Tanto en los fenómenos dinámicos como en la distribución de acciones estáticas, la influencia del terreno de cimentación es fundamental, en especial el caso de suelos blandos. Sin embargo, muy pocas veces se toma en cuenta este efecto en el análisis estructural, ya que se acostumbra simplificar el modelo a una estructura empotrada en la base.

# 11.1 INTRODUCCIÓN

Un conflicto que frecuentemente se presenta en la ingeniería práctica ocurre durante el análisis de la cimentación. En efecto, el ingeniero estructurista proporciona al geotecnista las descargas del edifico al subsuelo considerando que el edificio está apoyado sobre una base rígida, mientras que el geotecnista lleva a cabo la revisión de los estado límite de falla y de servicio de la cimentación considerando al subsuelo con comportamiento elastoplástico y a la estructura como flexible, por lo que surgen las siguientes situaciones paradójicas:

¿El subsuelo es perfectamente rígido como lo asume el estructurista o es flexible como lo ve el geotecnista?; asimismo, ¿la estructura es flexible según el geotecnista o con rigidez finita como lo establece el estructurista?

Sabemos bien que tanto el subsuelo como la superestructura y la cimentación tienen una rigidez finita así como un comportamiento elastoplástico, por lo que el camino directo a la solución de esta paradoja es realizar el análisis en forma conjunta y no separar el análisis del subsuelo con el de la cimentación y la superestructura, como actualmente se lleva acabo en la práctica ingenieril. Pero un análisis de este tipo es complicado desde el punto de vista conceptual, dado que el analista debe dominar ambas disciplinas, pero principalmente porque se requieren recursos de cómputo importantes, por lo que se recurre a simplificaciones.

En la ingeniería de cimentaciones esta problemática se estudia detalladamente mediante el análisis de interacción suelo-cimentación-superestructura, donde los objetivos principales son:

- Evaluar los asentamientos y su distribución a lo largo y ancho de la cimentación, en especial los asentamientos diferenciales.
- Definir las presiones de contacto entre la cimentación y el suelo.
- Determinar los elementos mecánicos de la estructura de la cimentación
Lo anterior, asegurando la compatibilidad de deformaciones entre el suelo portante y el sistema estructural de la edificación, incluyendo a la cimentación.

Desafortunadamente, el análisis de interacción suelo-cimentación-superestructura se realiza pocas veces y principalmente en proyectos importantes, por tanto la solución de cimentación en las edificaciones donde se omite dicho análisis suele ser conservadora en el mejor de los casos, pero en otros se han llegado a condiciones de riesgo innecesarias, dando como resultado, como primer consecuencia, la generación de agrietamientos en los elementos de la superestructura y/o elementos accesorios, dado que se inducen asentamientos diferenciales, o rotaciones ligeras del edificio. En los casos donde no se atienden de manera oportuna estas primeras manifestaciones del mal comportamiento de la cimentación, se ha llegado a la pérdida del inmueble.

Las anomalías no previstas con análisis de interacción se agudizan cuando la edificación está sometida a fenómenos de consolidación regional diferencial o a sismos de gran intensidad.

En algunos casos, la omisión de los análisis de interacción suelo-cimentaciónsuperestructura soslaya la evaluación correcta de los asentamientos diferenciales que se generan en la cimentación del edificio, siendo especialmente esenciales en la valoración de los estados límite de servicio de las estructuras de mampostería.

Las reglamentación vigente en el Distrito Federal (Reglamento de Construcciones del Gobierno del Distrito Federal, 2004) limita los valores de la relación entre el asentamiento diferencial entre apoyos y el claro, para estructuras de mampostería, a valores del 0.2%. Los análisis convencionales que ignoran la contribución de la rigidez flexural de la cimentación y de la superestructura, seguramente producirán diseños conservadores, o contrariamente sobresforzarán la superestructura en el caso de subdiseñar la cimentación por no tener una herramienta capaz de tomar en cuenta la influencia de su refuerzo.

En la práctica se ha observado que a partir de relaciones entre el desplazamiento diferencial y el claro mayores que el 1%, empiezan a generarse grietas en los muros, además de ser perceptible por los usuarios.

Bajo este contexto, la importancia de un análisis de este tipo es evidente, ya que es posible detectar dichas condiciones, principalmente a largo plazo, como se detalla en el ejemplo de aplicación que se expone al final de este capítulo.

Es importante comentar que el análisis de interacción es más relevante para el ingeniero estructurista en comparación con el geotecnista, dado que el impacto del análisis se refleja principalmente en la variación de los elementos mecánicos de la cimentación y en los elementos de los primeros niveles de la superestructura, y en un porcentaje menor en la variación de los esfuerzos y condiciones de falla en el subsuelo.

## 11.2 CONCEPTOS BÁSICOS

La interacción suelo-cimentación-superestructura se entiende como el análisis acoplado del sistema formado por suelo-cimentación-superestructura, que es sometido a fuerzas internas/externas y/o desplazamientos preestablecidos, donde se asegura la compatibilidad de deformaciones entre el suelo portante y el sistema estructural de la edificación, incluyendo a la cimentación.

El análisis de interacción puede llevarse a cabo para condiciones estáticas (o cuasiestáticas con deformaciones a corto y largo plazo) o dinámicas. Asimismo, es posible estudiar la evolución de los estados de esfuerzo y deformación en condiciones estáticas durante el proceso constructivo del edificio, o por variaciones de las condiciones del subsuelo como el abatimiento y la recuperación de los niveles freáticos, excavaciones, etc.

En ocasiones, cuando el sistema suelo-cimentación-superestructura es complicado, el análisis de interacción se simplifica a subsistemas del tipo suelo-cimentación o cimentación-superestructura.

Por otra parte, para llevar a cabo el análisis de interacción pueden emplearse diversas técnicas. Entre las más importantes y populares se tienen: las Soluciones Cerradas, el Método Matricial de las Rigideces (MMR), el Método de Elementos Finitos (MEF), el Método de Diferencias Finitas Langrangeanas (MDFL) y el Método de los Elementos Distintos (MED).

En los párrafos siguientes se describen los conceptos básicos del análisis de interacción estático no evolutivo para las Soluciones Cerradas y las técnicas de MMR y MEF.

#### **11.2.1 SOLUCIONES CERRADAS**

Una primera aproximación al análisis de interacción es mediante las Soluciones Cerradas, principalmente porque son técnicas cuya aplicación es inmediata, no requieren de recursos de cómputo importantes y la solución es exacta.

En la literatura técnica existen Soluciones Cerradas para diferentes condiciones del problema a estudiar. En la Tabla 11.2 se presentan expresiones para evaluar los asentamientos en superficie tomando en cuenta la rigidez flexural de la cimentación (totalmente flexible, totalmente rígida y con rigidez finita), considerando el caso de un medio homogéneo, con espesor finito y que la cimentación es de forma rectangular y uniformemente cargada.

Si bien la implementación de estas soluciones en el análisis de la cimentación es simple, no se aplican en casos donde existan suelos estratificados o con heterogeneidades laterales, en geometrías de la cimentación complejas, con profundidades de desplante variables, etc., por lo que es necesario recurrir a aproximaciones numéricas como las descritas en las secciones siguientes.

Rigidez de la cimentación	Ecuación	Ayudas gráficas para las soluciones
Totalmente flexible	$\delta_{v} = \left(\frac{1 - v_{s}^{2}}{E_{s}} + m_{v}\right) B \epsilon$ (Egorov, 1958)	$F_{r_1}^{r_1}$
Totalmente rígida	$\delta_{v} = \left(\frac{1 - v_{s}^{2}}{E_{s}} + m_{v}\right) B_{t}$ (Egorov, 1958)	$L_{log}$
Rigidez finita	$\delta_v = Bq_o \frac{I_w}{E_s}$ (Milovic, 1992)	$\begin{array}{c} 0001 & 001 & 01 & 01 & 1 & 3 & 10 & 20 & 100 & K \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 &$

# **Tabla 11.1** Expresiones para determinar el asentamiento superficial considerando larigidez de la cimentación

#### Nomenclatura:

$$\begin{split} &\delta_{v}\text{-} \text{ asentamiento superficial al centro de la cimentación,} \\ &E_{s}\text{-} \text{ módulo de elasticidad del suelo,} & v_{s}\text{-} \text{ relación de Poisson del suelo} \\ &m_{v}\text{-} \text{ módulo de compresibilidad del suelo,} &B, L y d- ancho, largo y espesor de la cimentación \\ &q_{o}\text{-} \text{ esfuerzo aplicado en la cimentación,} &E_{c}\text{-} \text{ módulo de elasticidad de la cimentación} \\ &v_{c}\text{-} \text{ relación de Poisson de la cimentación} \\ &\mathcal{K} = \frac{4}{3} \frac{E_{c} \left(1 - v_{s}^{2}\right)}{E_{s} \left(1 - v_{c}^{2}\right)} \frac{d^{3}}{B^{3}} \text{ (factor de rigidez, Borowicka, 1939)} \end{split}$$

El factor de rigidez propuesto por Borowicka (1939) se emplea para determinar si una cimentación es rígida, flexible o elástica. Si K = 0 se trata de una cimentación perfectamente flexible, si  $K \rightarrow \infty$  significa que es perfectamente rígida, y valores intermedios indican una cimentación elástica.

Después de varias propuestas por parte de diferentes autores para definir la rigidez de la cimentación, Grabhoff (1987), recomienda el parámetro Kst, dado por siguiente ecuación:

$$K_{st} = \frac{E_c}{E_s} \left(\frac{d}{I}\right)^3, \quad \begin{cases} = 1 \rightarrow cimentación rígida \\ = 0.1 \rightarrow cimentación elástica \\ = 0.01 \rightarrow cimentación flexible \end{cases}$$

Es importante mencionar que las fórmulas disponibles para evaluar la rigidez de la cimentación, como las mencionadas previamente, asumen que las zapatas o losas tienen una geometría rectangular, con carga uniforme o lineal y que el subsuelo es homogéneo y elástico, por lo que su espectro de aplicación limitado.

Los parámetros principales que influyen en la determinación de la rigidez de la cimentación son, a saber:

- Espesor de los estratos deformables
- Propiedades mecánicas de los estratos deformables y de la cimentación
- Geometría de la cimentación
- Espesor de la cimentación
- Distribución de la carga

El procedimiento actual para determinar la rigidez de la cimentación, es comparar la deformada de la cimentación en estudio ( $\delta$ ) con la deformada de una cimentación totalmente rígida (w). Para ello es necesario llevar a cabo análisis numéricos, por ejemplo con el MEF, donde se consideren las características antes mencionadas, y obtener ambas deformadas. Utilizando tres puntos, se determina el valor del parámetro *Kr* dado por:

$$K_r = \left(1 - \frac{\Delta \delta_i}{w_i}\right) \times 100$$

Donde  $\delta_i$  es el asentamiento en el punto *i*,  $w_i$  la correspondiente traslación en dicho punto y  $\Delta \delta_i$  es la diferencia absoluta entre  $\delta_i$  y  $w_i$ .

Cuando se obtienen valores de Kr>90% se considera que la cimentación es rígida.

### 11.2.2 MÉTODO MATRICIAL DE LAS RIGIDECES (MMR)

Existen variantes al modelo clásico del método propuesto por Winkler (1867), que consiste en representar a la superestructura y la cimentación mediante elementos interconectados del tipo viga, placa y/o cascarón con comportamiento elástico, y modelar al subsuelo mediante elementos tipo Winkler elásticos (resortes), que están conectados a la cimentación pero no entre ellos (elementos desacoplados).



**Figura 11.1** Modelado de la edificación con elementos cascarón y viga para la superestructura, cascarón para la losa de cimentación y Winkler para el subsuelo.

Bajo esta estrategia, la superestructura y la cimentación se modelan detalladamente, no así el subsuelo.

Un punto crítico del método es evaluación del parámetro que define el elemento Winkler; es decir, el módulo de rigidez (*Ki*), el cual se determina al multiplicar el módulo de reacción ( $k_s$ ) por el área tributaria del resorte (*Ai*), es decir (Figura 11.2),

$$K_{i} = k_{s}A_{i}$$

$$(10.1)$$

$$A_{1} A_{2} A_{3} A_{i}$$

$$K_{1} K_{2} K_{3} K_{i}$$

$$K_{i} K_{i} K_{j}$$

Figura 11.2. Determinación del módulo de rigidez del elemento Winkler

Es importante comentar que durante la discretización de la cimentación, debe preverse que las áreas tributarias de los resortes sean iguales, o muy semejantes, y lo más pequeñas posibles para que la deformada de la cimentación sea válida.

#### 11.2.3 Módulo de reacción

Se define como el cociente entre la carga aplicada a un elemento rígido entre el desplazamiento observado (ec. 10.2), por lo que sus unidades son de fuerza entre longitud al cubo (KN/m3).

$$k_{\rm S} = \frac{q}{\delta_{\rm V}} \tag{10.2}$$

Si bien el concepto del módulo de reacción es simple, en la práctica es confuso principalmente porque no es una propiedad intrínseca del suelo ni de la cimentación, sino de ambos, por lo que muchos diseñadores prefieren sustituir el modelo reológico tipo Winkler por un medio continuo, y con ello caracterizar el subsuelo con el módulo de elasticidad  $E_s$  y la relación de Poisson  $\nu$ , en vez del módulo de reacción.

Es importante recalcar que el módulo de reacción no es una propiedad del suelo como en muchos textos técnicos se menciona, por lo que los valores de dicho módulo podrían ser semejantes en proyectos que tienen modelos estratigráficos diferentes, o ser diferentes para el mismo modelo estratigráfico pero para geometrías y rigideces de la cimentación distintas.

A manera ilustrativa, en la Tabla 11.2 se presentan valores de los módulos de reacción y de elasticidad. Es importante comentar que el módulo de elasticidad si es una propiedad mecánica del suelo.

Los valores reportados del módulo de reacción para la serie arcillosa superior consideran la deformación por consolidación de dicho estrato, es decir a largo plazo.

En un análisis convencional, los módulos de reacción varían gradualmente (Figura 11.3), ya sea de corto o largo plazo, teniendo los valores mayores en los extremos y menores al

centro de la cimentación, lo cual indica que los asentamientos de la cimentación son mayores al centro y menores en las esquinas, como se ha observado en la realidad.

Tipo de suelo	Módulo de Reacción (KN/m³)	Módulo de elásticidad (KN/m²)
Arena gruesa	80,000 a 100,000	
Arena suelta	4,800 a 16,000	10,000 a 25,000
Arena suelta con gravas		50,000 a 140,000
Arena densa	64,000 a 128,000	50,000 a 100,000
Arena densa con gravas		80,000 a 200,000
Arena media densa	9,600 a 80,000	50,000 a 120,000
Arena media densa arcillosa	32,000 a 80,000	
Arena media densa limosa	24,000 a 48,000	5,000 a 20,000
Arena gruesa con pocas gravas	80,000 a 100,000	
Grava media con arena fina o gruesa	100,000 a 150,000	100,000 a 250,000
Grava gruesa angulosa	120,000 a 200,000	150,000 a 300,000
Arcilla blanda a muy blanda	6,000 a 20,000	1,000 a 5,000
Arcilla media	24,000 a 48,000	2,500 a 8,000
Arcilla firme a dura	50,000 a 80,000	5,000 a 15,000
Arcilla arenosa	30,000 a 60,000	30,000 a 42,500
Limo	20,000 a 80,000	3,000 a 15,000
Suelo orgánico	5,000 a 10,000	800 a 1,500
Relleno de arena y grava	10,000 a 20,000	
Serie Arcillosa Superior de la Cd. de México	200 a 2,000	1,500 a 6,000 Módulos de compresibilidad (m <sup>2</sup> /KN) = 0.0006 a 0.004
Costra superficial de la Cd. de México	4,000 a 15,000	4,000 a 12,000

**Tabla 11.2**. Valores representativos de los módulos de reacción y de elasticidad de diferentes tipos de depósitos

Una simplificación a la que se recurre frecuentemente (Bowles, 1986) es asignar a las esquinas y orillas de la cimentación el doble del valor del módulo de reacción del centro, ya que en general el asentamiento en las esquinas es del orden de la mitad del valor del centro (esta simplificación es válida cuando la cimentación está cargada uniformemente).



 $\mathbf{K}_1 \neq \mathbf{K}_2 \neq \mathbf{K}_3$ 

Figura 11.3 Módulos de rigidez variables

La determinación del módulo de reacción no es trivial; existen tres métodos principales para su determinación: pruebas de campo (como la prueba de placa), correlaciones con el módulo de elasticidad del suelo y análisis geotécnicos.

Los ensayes de campo son confiables pero pueden no ser representativos cuando las dimensiones de la cimentación son mayores a las de la prueba, especialmente cuando existen heterogeneidades importantes en el subsuelo, tales como estratificaciones o variaciones laterales. En el caso de suelos finos donde se presenta el fenómeno de consolidación, la duración de las pruebas puede ser de meses.

Al utilizar correlaciones con el módulo de elasticidad y la Relación de Poisson es importante considerar que no existe una relación directa y que el intervalo de aplicación es limitado. Una expresión frecuentemente empleada es (Bowles, 1977):

$$k_s = \frac{q_{ult}}{\delta} \tag{10.3}$$

donde qult es la capacidad de carga última de la cimentación y 🛽, el asentamiento observado o esperado. Considerando que en las arcillas del valle de México el asentamiento máximo permisibles es de 0.3m, el valor del módulo de reacción esperado es del orden de:

$$k_s = 3.3 q_{ult}$$

En otras regiones donde no se presentan efectos de consolidación ni estratos potentes de arcillas muy deformables, el asentamiento máximo tolerado es del orden de 1 pulg (2.54cm), por lo que la expresión anterior se transforma a,

$$k_s = 40 q_{ult}$$

Por otra parte, también es posible utilizar elementos Winkler para modelar pilas o pilotes. En este caso el módulo de rigidez del elemento se determina mediante análisis con el MEF axisimétrico, empleando elementos interface entre el pilote y el suelo.

En el caso de los análisis geotécnicos, es necesario representar al subsuelo como un continuo con comportamiento elastoplástico o simplemente elástico. Posteriormente, se aplica una carga en la superficie del terreno, o a una determinada profundidad, y se

obtiene la deformada, tomando en cuenta o no la rigidez de la cimentación. Posteriormente, el módulo de reacción se determina al dividir el esfuerzo aplicado entre la deformación evaluada en cada punto de la cimentación.

En la Figura 11.4.a se presenta la deformada obtenida cuando una área de 10x11.5m2 es cargada con un esfuerzo uniforme de p=22.3 KN/m3 sin tomar en cuenta la rigidez de la cimentación y que el subsuelo es un medio estratificado. El módulo de reacción mostrado en la Figura 11.4.b se obtiene al dividir el esfuerzo aplicado entre el desplazamiento vertical en cada punto del área cargada.



**Figura 11.4**. Evaluación de los asentamientos y los correspondientes módulos de reacción para un área de 10x11.5m2, uniformemente cargada con un esfuerzo de p =22.3 KN/m2, para una cimentación totalmente flexible.

#### 11.2.4 Ventajas y desventajas

En la tabla 11.3. se indican las ventajas y desventajas del MMR clásico.

Asimismo, es importante mencionar que un error frecuente que se comete al utilizar el MMR es asignar un valor único al módulo reacción a todo lo largo y ancho de la cimentación, o al módulo de rigidez de cada resorte, lo que significa que el subsuelo se considera infinitamente rígido, y por tanto los resultados del análisis de interacción carecen de sentido.

#### 11.2.5 Métodos alternos

Existen métodos alternos al MMR donde es posible representar el subsuelo con un medio continuo en vez del elemento discreto tipo Winkler y a la cimentación con elementos cascarón o placa. En esta alternativa, tanto el suelo como la cimentación pueden detallarse, no así la superestructura. Para asegurar la compatibilidad entre la deformación de la cimentación y el asentamiento del suelo se debe cumplir con la ec (4).

## $\left[\left[\mathcal{K}_{p}\right]+\left[\mathcal{K}_{s}\right]\right]\left\{\delta\right\}=\left\{\mathcal{P}\right\}$

(10.4)

···· <b>j</b> ·				
Ventajas	Desventajas			
<ul> <li>Fácil implementación</li> <li>No es necesario un diseñador que domine ambas disciplinas</li> </ul>	<ul> <li>El elemento Winkler es lineal por lo que es una aproximación del comportamiento no lineal de las curvas experimentales de carga- asentamiento.</li> </ul>			
<ul> <li>Recursos de cómputo de ligeros a medios dependiendo la dificultad de la edificación a analizar</li> </ul>	<ul> <li>El modelo Winkler asume que la cimentación se carga uniformemente y que el asentamiento obtenido es uniforme.</li> </ul>			
	<ul> <li>Los elementos Winkler no están interconectados.</li> </ul>			
	<ul> <li>Es un proceso iterativo donde existe intercambio de información entre el geotecnista y el estructurista, y por lo regular esta comunicación es inadecuada</li> </ul>			
	<ul> <li>Cuando la rigidez de la estructura es mucho mayor que la del suelo, el proceso no converge</li> </ul>			
	<ul> <li>No se toma en cuenta la pérdida del contacto entre la cimentación y el subsuelo en algunas áreas de la cimentación por efecto de las excentricidades</li> </ul>			

## **Tabla 11.3**. Ventajas y desventajas del MMR

donde  $\delta$  el desplazamiento en el contacto suelo-cimentación y P el vector de fuerzas incidentes en la cimentación.

Se aprecia en la ec (10.4) que la matriz de rigideces del sistema suelo-cimentación es la suma de las respectivas matrices de rigidez de la cimentación  $K_p$  y del suelo  $K_s$ .

Asimismo, se observa que ambas matrices no son compatibles dado que el grado de libertad en la matriz de la cimentación (desplazamientos y giros) es mayor que la del subsuelo (desplazamientos). Para superar este inconveniente se han propuestos diferentes estrategias (Gendy, 1994 y 1998), que difieren esencialmente en el tiempo y los recursos de cómputo requeridos.

## 11.2.6 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF)

PRINCIPIOS. En el MEF, el medio (estructura y subsuelo) se divide en zonas pequeñas conocidas como elementos. Los elementos están conectados en ciertos puntos (usualmente esquinas) conocidos con el nombre de nodos, y en estos puntos se calculan los desplazamientos que son las variables fundamentales del método.

Los desplazamientos en cualquier punto dentro del elemento están relacionados con los desplazamientos de los nodos. A partir de los desplazamientos se determinan las

deformaciones del elementos utilizando las ecuaciones del medio continuo (por ejemplo,  $\varepsilon = \partial u / \partial X$ ), y a partir de las deformaciones es posible determinar el estado de esfuerzos en los elementos mediante leyes constitutivas (relaciones esfuerzodeformación), como por ejemplo la ley de Mohr-Coulumb.

El equilibrio del sistema se lleva a cabo a través del principio del trabajo virtual, por lo que se asegura una solución única, dadas las condiciones de frontera.

Los elementos que conforman al medio pueden ser triangulares o rectangulares con lados rectos o curvos (Figura 11.5). Los elementos parabólicos, o curvos, se emplean comúnmente pero recientemente los lineales se prefieren debido a que los desplazamientos pueden obtenerse de manera exacta, ya que en los elementos parabólicos se lleva a cabo la integración numérica.



Figura 11.5. Tipos de elementos finitos

Cada paquete de cómputo tiene su biblioteca de elementos; por tanto, es importante que durante la selección de un programa comercial, se verifique que existan los elementos apropiados para el problema que se requiere analizar. Por ejemplo, existen paquetes orientados al diseño estructural, donde se tienen elementos especiales para modelar, por ejemplo, estructuras de mampostería, o paquetes orientados en geotecnia donde existen elementos diseñados para representar determinados tipos de subsuelo o condiciones de flujo de agua.

Para mayores detalles del método se recomienda consultar Zienkiewicz y Cheung (1970).

## 11.2.7 APLICACIÓN AL ANÁLISIS DE INTERACCIÓN.

Con esta técnica es posible modelar todo el sistema (subsuelo, cimentación y superestructura) utilizando elementos continuos, discretos o ambos, ya sea en los espacios 2D y 3D, y teóricamente es el método con mayor aproximación.

Asimismo, es posible considerar diferentes condiciones de carga (estáticas y dinámicas), geometrías y condiciones de frontera, y no es necesario recurrir a la evaluación del módulo de rigidez y separar el análisis estructural del geotécnico, por lo que es una

herramienta con gran potencial en el análisis de interacción suelo-cimentaciónsuperestructura.

Un punto esencial en la aplicación del MEF en los problemas de interacción es la selección adecuada de los elementos a utilizar, lo que implica un conocimiento profundo de las hipótesis y limitaciones de los elementos, y la discretización de la malla en las zonas donde existen grandes contrastes de esfuerzos y geometrías, y/o donde se presentan deformaciones importantes.

En general, para el modelado del subsuelo se han empleado con éxito los elementos sólidos de orden alto, siguiendo criterios de cedencia del tipo Mohr-Coulomb. Para representar elementos estructurales se emplean elementos viga de orden alto y elementos tipo cascarón, con comportamiento elástico lineal. Usualmente se ocupan los elementos placa, pero debe considerarse un mallado denso a fin de representar adecuadamente la deformada. Un punto esencial es emplear elementos de interfase para conectar los elementos que representan al suelo con los de la estructura. No hacerlo podría conducir a configuraciones de deformación erróneas, pero principalmente a mecanismos de falla falsos.

Es importante ubicar las fronteras de las malla lo suficientemente lejanas de la zona donde se está estudiando el problema; por ejemplo, a cinco veces el ancho de la cimentación. Para ello es necesario llevar a cabo análisis de sensibilidad a fin de evitar la influencia de las fronteras en los resultados.

Por otra parte, es buena práctica tratar de aprovechar las condiciones de simetría del problema, ya que con ello se reducen tanto los tiempos como los recursos de cómputo necesarios. Asimismo, es conveniente iniciar los análisis con modelos simples, y en caso dado ir incrementando la complejidad del problema paulatinamente.

Es deseable que previo a los análisis con el MEF, o durante los análisis preliminares, llevar a cabo la calibración del modelo, para ello es recomendable resolver el problema utilizando las soluciones cerradas, aunque los alcances son limitados de estas soluciones, ayudan a establecer el orden de magnitud de las deformaciones esperadas, y con ello es posible detectar de manera oportuna errores cometidos durante la construcción de los modelos con el MEF.

Entre los inconvenientes del MEF destacan los recursos de cómputo considerables que se requieren para análisis detallados, y el tiempo necesario en la elaboración de las mallas de elementos finitos cuando la geometría es complicada.

#### 11.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN

A fin de ilustrar la importancia de llevar a cabo el análisis de interacción se presenta un ejemplo (Ibarra et al, 2005), donde se estudia un tren de viviendas de tres niveles que se desplantan en un área aproximada de 115 m<sup>2</sup> cada una de ellas, con frente, L, de 11.5 m y fondo, B, de 10.1 m. Cada tren cuenta con 10 edificios contiguos separados por juntas constructivas de 20 cm, por lo que la longitud total del tren es de 115 m (Fig. 6).



**Figura 11.6** Prototipo y tren de viviendas estudiado y perspectiva de la losa de cimentación con la plataforma de desplante y las zanjas para el colado de las contratrabes

La solución de cimentación es una losa de 15 cm de espesor con contratrabes perimetrales y en los ejes de los muros de carga, que se construye sobre una plataforma de tepetate compactado de 40 cm de espesor, directamente sobre la costra arcillosa endurecida. Las contratrabes tienen sección de 50x30cm.

#### 11.3.1 CONDICIONES ESTRATIGRÁFICAS.

La estratigrafía está formada por una costra endurecida por secado, formada por arcilla de alta plasticidad de espesor variable entre 0.5m hasta 1.0m. La resistencia no drenada oscila entre 70 y 100 KN/m2, con módulos de elasticidad variables entre 7,500 y 10,000KN/m2. Subyace a la costra la formación arcillosa superior compuesta por arcillas de alta plasticidad, CH, de consistencia blanda a muy blanda, de baja resistencia al esfuerzo cortante y de deformabilidad alta. Tiene un espesor variable desde 6.4m hasta 8.5m en la parte Sur. La parte Norte del predio presenta propiedades mecánicas diferentes (mayor resistencia al esfuerzo cortante y menor deformabilidad), debido a la mayor presencia de intercalaciones de materiales arenosos.

Los materiales arcillosos de esta unidad se encuentran fuertemente preconsolidadados en la parte superior (OCR>5) y se atenúa este efecto con la profundidad (OCR=2) hasta mostrar arcillas normalmente consolidadas a partir de 8m de profundidad. Subyaciendo a la formación arcillosa, se presentan intercalaciones de depósitos lacustres con depósitos aluviales, encontrándose capas de arcillas con arenas, arenas arcillosas y arenas limosas. La resistencia no drenada de esta unidad varía entre 40 y 58KN/m2, con módulos de elasticidad variables entre 5,000 y 8,000KN/m2. En la Figura 11.10 se muestra un corte estratigráfico típico de la zona. Las viviendas se ubican en la parte Norte, donde los espesores de arcillosos son más reducidos y existe un ligero buzamiento de los estratos.



Figura 11.7 Corte estratigráfico típico

Para los edificios descritos se determinan los asentamientos a largo plazo,  $\delta$ , y su configuración espacial, las distorsiones máximas,  $\gamma$ , y los elementos mecánicos en la cimentación de acuerdo con las siguientes consideraciones:

- Análisis de un prototipo aislado (11.5m x 10.1m) sin considerar la influencia de los edificios contiguos, en cimentación totalmente flexible, CF, totalmente rígida, CR, y con la rigidez real, CE. Las condiciones de carga son uniformemente repartida (24.9KN/m<sup>2</sup>), CUR, y carga lineal en los ejes de muros de carga, CL.
- Análisis de un tren (115m x 10.1m) considerando la influencia de los edificios contiguos, con cimentación totalmente flexible, totalmente rígida y la rigidez real. Las condiciones de carga son uniformemente repartida, CUR, y carga lineal en los ejes de muros de carga, CL.

## 11.3.2 RESULTADOS.

En la Tabla 4 se muestran de manera resumida los asentamientos máximos calculados a largo plazo, las distorsiones y las configuraciones deformadas en la sección longitudinal central de la losa de cimentación calculados con las diferentes técnicas y condiciones de análisis antes expuestas. Se indica también en la tabla la rigidez de cimentación considerada, la forma de aplicación de la carga y si se analiza un edificio o el conjunto de ellos. En todos los análisis se consideró una estratigrafía horizontal, excepto en el último, donde se modeló con el buzamiento de los estratos que se muestra en el corte estratigráfico (Figura. 11.1). Para dos de los casos estudiados, se consigna el cálculo del asentamiento al centro de la cimentación considerando la distribución de esfuerzos de Boussinesq para un medio uniformemente cargado con cimentación flexible.

Módulo	Rigidez	Cargas	Medio	δ (cm)	, γ (%)	Configuración deformada
Tren		8		Ana- lítico	MEF	
	100% flexible	Uniformes repartidas	Estratificado horizontal	<b>16.8</b> , 1.29	<b>14.8</b> , 1.4	Million     All     All     All     All       1     0     0.00     0.00     0.00     0.00       1     0     0     0.00     0.00     0.00       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0       1     0     0     0     0     0
	100% rígida	Uniformes repartidas	Estratificado horizontal	-	<b>9.3</b> , 0.0	
	Losa elástica con contratrabes	Uniformes repartidas	Estratificado horizontal	_	<b>11.4</b> , 1.1	
	Losa elástica con contratrabes	Bajada de cargas en muros	Estratificado horizontal	-	10.9,	
<u></u>	100% flexible	Uniformes repartidas	Estratificado horizontal	17.7, 1.34	<b>17.7</b> , 2.6	
	100% rígida	Uniformes repartidas	Estratificado horizontal	_	<b>11.5</b> , 0.0	
	Losa elástica con contratrabe s	Uniformes repartidas	Estratificado horizontal	_	<b>16.0</b> , 1.0	
	Losa elástica con contratrabes	Uniforme repartidas	Estratificado inclinado	-	15.6	

## Tabla 11.4 Comparación de resultados

De la inspección de los resultados de la Tabla 11.4, se observa que existen diferencias importantes al considerar una u otra hipótesis en el análisis. En el caso de una cimentación totalmente flexible en un edificio aislado, se tiene la configuración

deformada típica que se muestra en la Figura 11.8, con asentamiento máximo al centro del área de carga (14.3cm) y mínimos en las esquinas (5.2cm). Las secciones mostradas corresponden a las deformadas longitudinales desde el extremo hasta el centro de la losa a cada medio metro. Las distorsiones máximas se presentan en la periferia y para el caso estudiado se obtienen valores de 1.4%.

Si se toma en cuenta la influencia de todo el tren de viviendas, es decir, de los 10 edificios, se tiene la configuración deformada que se muestra en la Figura 11.9. Nótese que los diferenciales máximos en sentido longitudinal se presentan en los primeros 11m, es decir, para una relación B/L=0.1 y llegan a valores del 2.6%; más allá de B/L=0.1, los diferenciales longitudinales son mínimos y la sección central del tren de viviendas presenta el asentamiento máximo (17.7cm), casi constante en todo el intervalo. Por su parte, el comportamiento en la dirección transversal es distinto y se tienen distorsiones importantes en los tercios extremos que alcanzan valores del 2.7%. Evidentemente en los cálculos anteriores no se toma en cuenta la rigidez de la cimentación. Al incluirla en el modelado, los asentamientos totales y diferenciales disminuyen de manera importante.

En la Figura 11.10 se comparan las configuraciones deformadas para un edificio aislado y para un tren de edificios con cimentación 100% flexible, cimentación 100% rígida y cimentación con la rigidez real dada por la losa y las contratrabes. En los casos del tren de



Figura 11.8 Secciones de asentamientos longitudinales y transversales: tren de edificios, cimentación flexible



Figura 11.9 Deformadas para cimentación de rigidez variable: edificio aislado y tren de edificios

edificios solo se presenta la mitad de la deformada máxima dada la simetría del problema. Se observa que los asentamientos máximos considerando un solo edificio con cimentación flexible, rígida o elástica subestiman de manera importante los asentamientos ya que corresponden al 84%, 81% y 74% de su similar considerando todo el bloque de edificios. Por otro lado, las diferencias entre las configuraciones deformadas son evidentes; en efecto, para los casos analizados con carga uniformemente repartida se presentan deformadas suaves, mientras que al considerar las cargas por los muros, las juntas y la rigidez de la cimentación, la deformada es mas accidentada y se observan incluso las ondulaciones que distinguen entre una losa de cimentación y otra contigua. Lo anterior conduce a tener distribuciones de momentos y fuerzas de contactos diferentes más realistas por supuesto, en el último caso.

La forma en que se aplica la carga es también un factor que influye en la configuración de asentamientos, tal como se muestra en la Figura 11.11, en la que se comparan los asentamientos en la sección central de un solo edificio para una losa cargada con carga uniformemente repartida o con cargas lineales en los ejes de los muros. Para esta última condición se observa una deformada asimétrica producto de una ligera excentricidad en las cargas.

Se construyó también un modelo tridimensional con elementos finitos con el código PLAXIS para comparar los valores de deformación con los modelos anteriores. Una vista de la malla se muestra en la Figura 11.12.

El modelo se construyó con tres prototipos únicamente debido a la capacidad del equipo de cómputo que impidió agregar más losas del tren de viviendas. Los asentamientos obtenidos en una sección longitudinal por el centro de las losas se muestran en la Figura. 11.13, donde se obtiene que el asentamiento al centro del tren de tres losas es de 23cm, mayor al registrado con los modelos anteriores.



Figura 11.10 Comparación de deformadas para aplicaciones diferentes de la carga: edificio aislado



Figura 11.11. Malla de elementos finitos



Figura 11.12 Desplazamientos verticales obtenidos con el modelo de elementos finitos

#### 11.3.3 MEDICIONES Y OBSERVACIONES DE CAMPO.

En la Figura 14 se muestran configuraciones deformadas de trenes de viviendas observadas a 1.5 años de concluida su construcción. Si bien aún las mediciones realizadas son escasas para definir claramente el comportamiento de las viviendas, toda vez que las deformaciones por peso propio seguirán desarrollándose por los siguientes años. Sin embargo, permiten esbozar opiniones respecto al comportamiento esperado:

- El asentamiento máximo observado es de 11cm en promedio, que es menor al determinado en los modelos dado el desarrollo parcial de la consolidación.
- De acuerdo con el caso estudiado, se observa la deformada típica ondulada de una losa de cimentación, en especial los efectos de borde. Este comportamiento también se refleja en los resultados numéricos.



Figura 11.13 Deformadas medidas en tren de viviendas

## 11.3.4 CONCLUSIONES.

En este ejemplo se estudiaron los asentamientos, distorsiones y deformadas de la losa de cimentación de trenes de vivienda, empleando diferentes aproximaciones analíticas y numéricas para representar al suelo y a la cimentación. Derivado de los análisis y de las mediciones y observaciones de campo, se emiten las conclusiones siguientes:

- Los cálculos para estructuras individuales subestiman hasta en un 26% el asentamiento máximo generado por el peso propio del conjunto o tren de edificios.
- Considerar las losas sin rigidez o con rigidez infinita, es válido únicamente para obtener las cotas inferior y superior del asentamiento generado por el peso propio.
- La influencia de la rigidez de la losa y sus contratrabes se ignora cuando se emplean modelos simples. En efecto, si se determina el asentamiento considerando una cimentación elástica (con contratrabes, por ejemplo), la cimentación flexible genera un 130% tanto en el asentamiento como en la distorsión, y no induce momentos ni concentraciones de esfuerzos, en cambio la rígida subestima el asentamiento en un 82% y reduce la distorsión al 100%.
- Las distorsiones y configuraciones deformadas por peso propio mas realistas solo se pueden estudiar con las técnicas numéricas en 3D, donde es posible tomar en cuenta las heterogeneidades presentes en el subsuelo, las condiciones de descarga reales que inciden a la cimentación, el valor y distribución real de la rigidez de la cimentación (presencia de contratrabes) y la cercanía de las edificaciones colindantes.
- Las configuraciones de las deformadas determinadas con los modelos numéricos se aproximan de manera importante a las observadas en los trenes de vivienda estudiados.

#### 11.4 REFERENCIAS

- Borowicka, H. (1939): Druckverteilung unter elastischen platen., ingenieur-archiv, band 10, s 113 bis 125.
- Bowles, J.E. (1986): Mat Design, JACI, vol 83, No. 6, Nov-Dec, pp 1010-1017.
- Egorov, E. (1958): Concerning the question of calculations for base under foundations with footings in the form of rings. Makhanica Gruntov, Sb. Tr. No. 34, Gosstroiizdat, Moscow.
- El Gendy, M (1994): Comparing examinations of the influence of calculation methods of basement slabs, Ph. D. thesis, Suez Canal University, Egypt.
- El Gendy, M (1998): An interation method for design of slab on elastic foundation, Proceeding of the first International Conference on Civil engineering, Helewan University, Cairo, Egypt
- Gobierno del Distrito Federal (2004): Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de cimentaciones. Gaceta Oficial del Distrito Federal, 6 de Octubre, México.

- Grabhoff, H. (1987): Systemsteifigkeit und flachengrundung, Ber. Nr. 6, Lehrgebiet Grundbau, Bodenmaechanik und unterird. Bauen, Berg. Universitat GH Wuppertal.
- Ibarra, E., Rangel, J.L, Sordo, E., and Gomez, A. (2005): Soil foundation modeling in long housing complexes, Proceedings of the internacional geotechnical conference Soilstructure interaction: calculation methods and engineering practice. Vol 1, San Petersburg, Russia, 26-28 May, pp 183-188.
- Winkler, E. (1867): Die lehre von der elasticität und festigkeit, Dominicus, Prag.
- Zienkiewicz, O. and Cheung, Y., (1970): The finite element method in structural and continuum mechanics, McGraw Hill, England.

## **12 ENTREPISOS BLANDOS**

Entre los problemas debidos a una estructuración poco conveniente, destaca el uso de plantas bajas débiles y flexibles como las que se tienen cuando se usa este nivel para estacionamiento o comercios y se sustituyen los muros de pisos superiores por marcos de concreto. El problema empeora por errores en la modelación de este tipo de sistemas cometidos aún por despachos de diseño con experiencia en su campo.

Los entrepisos blandos representan una grave deficiencia estructural. Aunque el nombre con que se les denomina sugiere escasez de rigidez, la presencia de un entrepiso blando implica además una falta de resistencia lateral, así como inestabilidad dinámica.

Este problema se ha venido observando desde hace más de 50 años al analizar las causas de los colapsos de algunas construcciones en los sismos de esa época a la fecha (ver Figura 12.1); sin embargo, actualmente se siguen diseñando y construyendo estructuras con entrepisos blandos en muchas partes del mundo (ver Figura 12.2).

El déficit de vivienda y la escasez de predios es una característica común de las grandes ciudades, lo cual lleva a que los arquitectos tiendan a proyectar edificios habitacionales de cuatro a seis niveles, destinando la planta baja o semisótano a

estacionamiento (Jean y Pérez, 2002). De esta manera, los niveles superiores presentan por su uso una gran densidad de muros, a diferencia de los espacios abiertos que se tienen en el estacionamiento, generándose así un contraste importante tanto en rigidez como en resistencia (ver Figura. 12.3).

Este problema de entrepiso blando se ve agravado porque no es común que los ingenieros estructurales posean un conocimiento cuantitativo del fenómeno, que les permita proponer soluciones adecuadas, sino que se sabe del problema sólo en forma cualitativa, pues la información contenida en libros de diseño estructural o diseño sísmico sobre este problema no suele ayudar a desarrollar un buen entendimiento cuantitativo de esta grave deficiencia estructural

Por otra parte, aunque este problema se contempla en el Reglamento, se hace de una forma inadecuada o insuficiente









**Figura 12.1** Ejemplos de fallas en estructuras con entrepisos blandos: a) sismo de Taiwán (1999), b) sismo de Turquía (1999), c) y d) sismo de California (1989)







Figura 12.2 Ejemplos de construcciones con entrepisos blandos



Figura 12.3 Esquema de un entrepiso blando y su problemática (Jean y Cesín, 2000)

## 12.1 PROBLEMÁTICA O CONSECUENCIAS DE LOS ENTREPISOS BLANDOS

Se han identificado principalmente las siguientes consecuencias:

 a) La demanda de desplazamiento lateral global en la estructura sufre un incremento. E dos modelos de edificios casi iguales y cuya única diferencia era que uno de ellos tenía el primer entrepiso blando y el otro no (ver Figura 12.4), se encontró que los modelos de estudio sufrían un incremento del doble, triple o incluso más del quíntuple en deformación global. En ese estudio se determinó la expresión 12.1 que muestra la variación del periodo fundamental de la estructura con entrepiso blando con la disminución de rigidez (ver Figura 12.5).



Figura 12.4 Modelos de estudio



Figura 12.5 Variación del periodo fundamental con la disminución de rigidez

$$\frac{T_{leb}}{T_{lr}} = \frac{1}{-13.62 + 14.6(\frac{K_{leb}}{K_{lr}})^{0.015}}$$
(12.1)

donde

T <sub>1eb</sub>	Periodo fundamental de la estructura con el primer entrepiso suave
T <sub>1r</sub>	Periodo fundamental de la estructura con el primer entrepiso rígido
K <sub>1eb</sub>	Rigidez del entrepiso suave
Kır	Rigidez del entrepiso rígido

El aumento en el periodo de la estructura con entrepiso blando podría implicar paradójicamente y bajo el contexto de los espectros de diseño actuales, una disminución en el coeficiente sísmico y por consecuencia en las fuerzas de diseño, siendo dicha disminución mayor en las zonas de alta sismicidad.



Figura 12.6 Aumento en el desplazamiento del entrepiso blando con la variación de rigidez



Figura 12.7 Aumento en el desplazamiento del entrepiso blando con la disminución de rigidez y capacidad de deformación de dos tipos de columnas de concreto: a) columna mal detallada, b) columna con excelente detallado.

- b) La demanda de desplazamiento lateral se concentra en el entrepiso blando, provocando que sea precisamente este entrepiso el único en tener deformaciones inelásticas (ver Figura 12.6). El problema que se tiene con esto es que los análisis elásticos subestiman la demanda de deformación y la deformación lateral podría superar su capacidad (ver Figura 12.7).
- c) El comportamiento inelástico en la estructura incrementa aun más la demanda global de estructuras de periodo corto (menor a un segundo). El incremento depende básicamente del periodo de vibración (entre más corto es el periodo mayor es el incremento), la resistencia lateral de la estructura y el tipo de terreno (entre más blando mayor es el incremento).
- d) El comportamiento inelástico en la estructura hace que las deformaciones de entrepiso se concentren aun más de lo que indica un análisis elástico.
- e) Deformaciones laterales grandes actuando junto con la carga axial pueden provocar no linealidades geométricas, además de las no linealidades del material. La combinación puede provocar la inestabilidad dinámica de la estructura.

Como puede verse el problema es complejo, pues aunque inicialmente no exista un entrepiso blando, este puede formarse debido al daño sísmico en muros de mampostería en uno de los entrepisos (suele ser en la planta baja) (ver Figura. 12.8).

## **12.2 ASPECTOS REGLAMENTARIOS**

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, que son la parte del Reglamento donde se aborda este problema, así como otros reglamentos de construcción, al referirse a este problema suelen describirlo como una condición de irregularidad, y se agrupa con otras condiciones de irregularidad cuya influencia en el comportamiento sísmico es mucho menor.

En el caso concreto de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, para tratar este problema se limitan a aplicar factores incrementales a las fuerzas de diseño



Figura 12.8 Ejemplos de fallas de muros de mampostería en el primer entrepiso

De acuerdo con la sección 6.1 de estas normas, cuando una estructura no cumple con alguno de los 11 requisitos para considerarla regular (entre estos 11 requisitos se encuentra el que menciona que ni la rigidez ni la resistencia al corte de ningún entrepiso difieren en más de 50 por ciento de la del entrepiso inmediatamente inferior), se multiplica el factor de reducción Q' por 0.9. Cuando la estructura no cumple con dos o más de los 11 requisitos, el factor de reducción Q' se multiplica por 0.8 y cuando es fuertemente irregular (estructura cuya rigidez o resistencia al corte de alguno de sus entrepisos exceden en más de 100 por ciento a la del piso inmediato inferior) se multiplica el factor de reducción Q' por 0.7.

De acuerdo a lo que se observa en las ecuaciones 9.3, 9.4 y 9.5, esto implica aumentos a los cortantes de diseño de 1.10, 1.25 y 1.42 para las estructuras clasificadas como "ligeramente" irregulares, irregulares y fuertemente irregulares, respectivamente, con respecto a los cortantes que se utilizarían si la estructura fuera perfectamente regular

Estructura regular:

$$\frac{c_{\rm s}}{Q'(1.0)} = \frac{c_{\rm s}}{Q'} \tag{12.2}$$

Estructura "ligeramente" irregular (no cumple con una de las once condiciones de regularidad):

$$\frac{c_s}{Q'(0.9)} = \frac{1.10c_s}{Q'}$$
(12.3)

Estructura irregular (no cumple con uno o más de los once requisitos de regularidad):

$$\frac{c_s}{Q'(0.8)} = \frac{1.25c_s}{Q'}$$
(12.4)

Estructura fuertemente irregular:

$$\frac{c_s}{Q'(0.7)} = \frac{1.42c_s}{Q'}$$
(12.5)

donde

*c*<sub>s</sub> coeficiente sísmico, y

Q' factor de reducción de las fuerzas sísmicas con fines de diseño.

Los problemas de este enfoque, además de que se agrupa el problema de entrepiso blando con otros de consecuencias mucho menores, y a todos se les trata de forma semejante, son los siguientes:



Figura 12.9 Aumento de rigidez y resistencia en la estructura con entrepiso blando

	**

	,

Figura 12.10 Edificios con entrepiso blando de diferentes niveles

		1	(0)	12 Berle & Bren States (Same and States)	har far yn r
			A Manual V	Company machine de las Estimationes a transpo	Emplose Diandos
			100100	PROBLEMA	SOLUCION NTO-ROOF
					Multiplique al Q por 6.7
				BBB	
_			and Frank		Energian and part of
17.	7	 //.			

Figura 12.11 Edificios con entrepiso blando en diferentes niveles

- a) Se aplica el factor incremental a toda la estructura, pues al aumentar el coeficiente sísmico se incrementa la rigidez y resistencia a toda la estructura y no se hace nada o sólo poco por atacar el verdadero problema que es el contraste en estas características (ver Figura 12.9).
- b) Se aplica el mismo factor incremental a todas las estructuras, independientemente del número de niveles del edificio (ver Figura 12.10).
- c) Se aplica el mismo factor incremental a todas las estructuras, independientemente de la ubicación del entrepiso blando en el edificio (ver fig. 12.11).

## 12.3 RECOMENDACIONES

De acuerdo al comportamiento y la problemática de las estructuras con entrepisos blandos comentados arriba se emiten las siguientes recomendaciones generales:

- a) Estimar lo mejor posible la deformación lateral
- b) Proporcionar al entrepiso blando la mayor resistencia y rigidez posible (Jean, 2005).
   Esto se puede lograr utilizando en el análisis factores de comportamiento sísmico Q pequeños para el entrepiso blando, es decir, se haría un análisis convencional con un Q adecuado para la estructura



Figura 12.12 Propuesta de utilización de factor de comportamiento sísmico Q en el diseño de un edificio con entrepiso blando





Figura 12.13 Propuesta arquitectónica para un estacionamiento con siete niveles de vivienda en la parte superior y una posible solución estructural





Figura 12.14 Propuesta arquitectónica para un estacionamiento con seis niveles de vivienda en la parte superior y una posible solución estructural

global y después se realizaría un segundo análisis para el entrepiso blando considerando un factor de comportamiento sísmico Q más pequeño o inclusive unitario (ver Figura. 12.12).

Otra opción, cuando el proyecto arquitectónico lo permite, consiste en aumentar el número de elementos resistentes o colocar la mayor cantidad posible de muros de concreto en el entrepiso blando (ver Figuras. 12.13 y 12.14).

Al proporcionar mayor resistencia y rigidez se logra una disminución de las demandas de deformación inelástica y se tendrá una configuración inelástica lo más parecida a la elástica y por lo tanto una mejor estimación de las deformaciones de entrepiso.

c) Proporcionar al entrepiso blando la mayor capacidad de deformación posible. Esto se consigue evitando fallas frágiles (ver Figura 12.15), proporcionando capacidad a cortante realizando un diseño por capacidad de los muros, columnas y vigas, así como incrementando la capacidad de rotación de los elementos con fluencia por flexión.

Para el detallado de las columnas se puede incrementar el número de estribos o incluso, de ser posible, se pueden utilizar columnas zunchadas, para los muros se



Figura 12.15 Fallas por cortante: a) en columna y b) en muro de entrepiso blando.



Figura 12.16 Ejemplo de columnas cortas en semisótano

puede disminuir la separación del refuerzo horizontal y para ambos es recomendable disminuir la carga axial hasta un quince o diez por ciento de  $f'_{c}$ .

- d) Tomar en cuenta todas las posibles fuentes de rigidez y sobrerresistencia. Es muy importante definir correctamente el módulo de elasticidad E de la mampostería. Adicionalmente es necesario definir la sobrerresistencia del acero de refuerzo y del concreto de los elementos que forman el entrepiso blando para tener una mejor estimación de la concentración de deformación y de la resistencia por proporcionar.
- e) Evitar la presencia de columnas cortas (Jean, 2005). Cuando se tienen semisótanos se pueden tener columnas cortas (ver Figura 12.16). Una alternativa es colocar las columnas adosadas a los muros de colindancias incorporando aberturas en los muros de concreto.

#### 12.4 REFERENCIAS

Jean R. y Cesín J. (2000), "Recomendaciones para el diseño y construcción de estructuras de mampostería", memorias del XIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, León, Gto., México, noviembre, artículo 37 en disco compacto.

Jean R. y Pérez J. A. (2002), "Análisis, revisión y detallado de estructuras de mampostería", Fundación ICA-Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, México, agosto, capitulo 7 del libro digital "Edificaciones de mampostería para vivienda", 221-224.

Jean R. y Hernández A. (2003), "Variables que intervienen en los sistemas de mampostería y su aplicación en la construcción", memorias del XIV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, León, Gto., México, noviembre, artículo IX-06.

Jean R. (2005), "Diseño y revisión de estructuras de mampostería", memorias del 4<sup>0</sup> Simposio Nacional y curso de Ingeniería Estructural en la vivienda, Veracruz, Ver., México, diciembre, ponencia.

Miranda E. (2005), "Aspectos fundamentales de la respuesta sísmica de edificios con entrepisos blandos", memorias del 4<sup>0</sup> Simposio Nacional de Ingeniería Estructural en la vivienda, Veracruz, Ver., México, diciembre, ponencia.

#### **13 ANÁLISIS NO LINEAL**

En caso de requerirse, se presentan lineamientos y recomendaciones para realizar un análisis no lineal, ya sea del tipo empuje monótono o dinámico paso a paso.

#### 13.1 INTRODUCCIÓN

Aunque el daño extensivo observado en estructuras de mampostería después de varios sismos ha llegado a ganarle a la mampostería una mala reputación como material sismorresistente, las pruebas experimentales llevadas a cabo en México y el resto de América, y algunos países de Europa y Asía, han dejado claro que con el debido cuidado durante su diseño y detallado, las estructuras de mampostería resultan una buena alternativa para la sismorresistencia. A pesar de lo anterior, es importante mencionar que todavía hay muchos casos de relevancia para la práctica de la ingeniería estructural en donde no se cuenta con la información suficiente acerca del comportamiento de algunos muros y sistemas estructurales de mampostería.

Los resultados experimentales varían notablemente en función de la forma en que se aplican las cargas (cuasi-estáticas o dinámicas) a los especímenes de mampostería. Bajo estas circunstancias, el tipo de prueba experimental llevado a cabo se vuelve un factor determinante en la calidad de la información con que se cuenta. Dado que la gran mayoría de la información disponible a la fecha ha sido derivada de ensayes de carácter cuasiestático, los requerimientos de diseño incluidos actualmente en los códigos de diseño para estructuras de mampostería han sido calibrados a partir de este tipo de pruebas. Se ha considerado que este enfoque resulta en diseños conservadores.



Figura 13.1. Envolvente del comportamiento histerético de muros de mampostería confinada

La envolvente de comportamiento histerético aporta información relevante para entender el comportamiento de muros de mampostería sujetos a cargas laterales cíclicas. Conforme

muestra la Figura 13.1, dicha envolvente corresponde a los puntos máximos asociados a cada ciclo de carga aplicado experimentalmente. Dado que el comportamiento de la mampostería suele estar dominado por componentes de corte (Sánchez et al. 1996), su respuesta tiende a estar caracterizada, aún para deformaciones relativamente pequeñas, por un importante deterioro de sus propiedades estructurales.

Las Figuras 13.2 y 13.3 identifican zonas bien definidas asociadas a la envolvente del comportamiento histerético de muros de mampostería confinada:

- a) Comportamiento elástico. A niveles pequeños de desplazamiento y esfuerzo, caracterizados por la ausencia de agrietamiento diagonal, la mampostería exhibe un comportamiento prácticamente elástico.
- b) Degradación de rigidez. Después de que se presenta agrietamiento diagonal, los muros de mampostería exhiben una pendiente post-elástica positiva (aunque mucho menor que la que exhibían en su rango elástico de comportamiento), lo que les permite alcanzar una resistencia máxima que es considerablemente mayor a la correspondiente al primer agrietamiento.
- c) Degradación de rigidez resistencia. Una vez que alcanza su resistencia máxima, la mampostería exhibe una pendiente negativa asociada a una pérdida de resistencia que evoluciona hasta la falla del muro.

Con base en evidencia experimental, Flores y Alcocer (1995) han propuesto una curva trilineal para caracterizar la envolvente del ciclo histerético de muros de mampostería confinada hechos con piezas macizas de barro recocido. Dicha propuesta, basada en la de Meli (1979), se diferencia en que el tercer tramo considera deterioro de resistencia.

El modelo de Flores y Alcocer (1995) se define a partir del valor de seis parámetros, varios de los cuales pueden estimarse directamente a partir de las expresiones establecidas por las Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Mampostería (NTCM-2004), para estimar la resistencia de diseño de muros de mampostería confinada.

$$V_{RDF} = F_R \left( 0.5 \mathbf{v}_m^* \mathbf{A}_T + 0.3 \mathbf{P} \right) \le 1.5 F_R \mathbf{v}_m^* \mathbf{A}_T \tag{13.1}$$

Mientras que la Tabla 13.1 indica cómo se determinan los parámetros involucrados en el modelo, la Figura 13.3 muestra esquemáticamente el modelo de Flores y Alcocer (1995).

Donde  $V_{agr}$  corresponde al cortante de diseño propuesto en las NTCM-2004 del reglamento de construcciones del D.F., H es la altura de entrepiso,  $DI_{agr}$  es la distorsión de agrietamiento diagonal de la mampostería,  $DI_{max}$  es la distorsión a la que se alcanza la resistencia máxima ( $V_{max}$ ),  $DI_{ult}$  es la distorsión a la que se alcanza el cortante último ( $V_{ult}$ ), y  $K_o$  es la rigidez elástica obtenida a partir de métodos tradicionales de mecánica de materiales.



Figura 13.2. Evolución del daño estructural en muros de mampostería confinada

Tabla 13.1. Parámetros empleados en el modelo de Flores y Alcocer (1995)

Mampostería refuerzo ł	confinada sin norizontal.	Mampostería confinada con refuerzo horizontal.			
$V_{agr} = V_{RDF}$	$DI_{agr} = rac{V_{agr}}{K_o H}$	$V_{agr} = V_{RDF}$	$DI_{agr} = rac{V_{agr}}{K_o H}$		
$V_{\rm max} = 1.25 V_{agr}$	$DI_{\text{max}} = 0.003$	$V_{\rm max} = 1.5 V_{agr}$	$DI_{\text{max}} = 0.006$		
$V_{ult} = 0.8 V_{agr}$	$DI_{ult} = 0.005$	$V_{ult} = 1.1 V_{agr}$	$DI_{ult} = 0.01$		



Figura 13.3. Envolvente para mampostería confinada según Flores y Alcocer (1995)

## 13.2 DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ

Modelos como el de Flores y Alcocer permiten caracterizar la resistencia, rigidez y capacidad de deformación de elementos y estructuras de mampostería. Sin embargo, el planteamiento de un método para estimar la respuesta dinámica máxima de una estructura implica manejar otro tipo de información, como lo es el cambio de estas propiedades en función de las demandas máxima y acumulada de deformación. En particular, un sistema estructural de mampostería exhibe degradación de rigidez y resistencia en presencia de cargas cíclicas, situación que puede complicar de manera importante su análisis estructural.

Una forma de establecer el grado de deterioro de la rigidez lateral de las estructuras de mampostería consiste en el uso del concepto de rigidez de ciclo. Dentro de este contexto, la rigidez de ciclo se define como la pendiente de la línea secante que une al origen del sistema coordenado con el punto asociado al cortante máximo/distorsión máxima en cada ciclo de carga (Figura 13.4). Los lazos de histéresis de la mampostería se estabilizan a través de la aplicación de varios ciclos de deformación constante cuando su amplitud es menor que  $DI_{max}$ . Si la distorsión de los ciclos se controlara dentro de este umbral, sería posible aplicar de manera razonable el concepto de rigidez de ciclo a través de considerar la rigidez promedio que corresponde a los diferentes ciclos.



Figura 13.4. Cálculo de la rigidez de ciclo.

Es práctica común normalizar la rigidez de ciclo por la rigidez elástica inicial de la mampostería. A partir de resultados experimentales, Ruiz et al. (1998) proponen la siguiente expresión para estimar la rigidez de ciclo en muros de mampostería confinada sin refuerzo interior:

$$\frac{\kappa}{\kappa_o} = \left(\frac{1}{1 + 5300(DI - DI_{agr})^{1.2}}\right)$$
(13.2)

donde *K* es la rigidez de ciclo;  $K_o$ , la rigidez elástica; *DI*, la distorsión (mayor que  $DI_{agr}$ ), definida como el desplazamiento relativo de entrepiso normalizado por la altura del mismo; y  $DI_{agr}$ , la distorsión lateral asociada al agrietamiento diagonal de la mampostería.
#### 13.3 MODELO MODIFICADO DE LA COLUMNA ANCHA

S han planteado, entre otros, dos hechos: A) El modelo de la columna ancha representa una alternativa viable para modelar el comportamiento elástico de los muros de mampostería, y B) Las deformaciones que exhiben los muros de mampostería, particularmente en su rango no-lineal de comportamiento, tienden a estar regidas por corte. A partir de estos dos hechos, aquí se plantea un modelo modificado de la columna ancha, que asocia a la componente de deformación por corte en la totalidad de la degradación de la rigidez lateral del muro de mampostería. Esto implica que después del agrietamiento diagonal de la mampostería, la rigidez a flexión se mantiene constante mientras que la rigidez lateral por corte es modificada conforme al grado de degradación que exhibe el muro. En términos de la rigidez de ciclo, este planteamiento puede expresarse conforme a lo siguiente:

$$K_{T} = \left(\frac{h^{3}}{\beta E I} + \frac{h}{GA\left(\frac{K}{K_{o}}\right)}\right)^{-1}$$
(12.3)

donde  $K_T$  es la rigidez de ciclo del muro de mampostería correspondiente a una distorsión dada, y  $K/K_o$  es el factor de degradación de la rigidez del muro que depende de la demanda de distorsión en el muro (como ejemplo ver Ecuación 13.1).

Para evaluar la pertinencia de utilizar el modelo modificado de la columna ancha para el análisis estructural de edificaciones de mampostería, se recurrió a modelar por medio del mismo los especímenes *W-W, WBW, WWW y 3D* probados por Alcocer et al. (1993 y 1994). Conforme a lo que muestra esquemáticamente la Figura 13.5; se estimó con la Ecuación 12.3 el valor de  $K_T$  para cada espécimen y un valor dado de  $K/K_o$ . En caso de que el espécimen tuviera más de un muro, el área a corte fue degradada en todos ellos en la misma proporción.



Figura 13.5 Obtención analítica de la curva de degradación de rigidez.



Figura 13.6 Curvas analíticas de degradación de rigidez a corte.

Después se buscó el punto en que la línea recta definida por  $K_T$  intercepta la envolvente definida para el espécimen de acuerdo a la propuesta de Flores y Alcocer. Una vez encontrado el punto de intersección se encontró el valor de distorsión de entrepiso asociado a dicho punto, el cual se asocia al valor dado de  $K/K_o$  con el cual inicia el proceso resumido en la Figura 13.5. Los resultados obtenidos para los diferentes especímenes y valores de  $K/K_o$  se ilustran en la Figura 13.6.

A partir de una regresión simple, para ajustar una curva teórica a las curvas mostradas en la Figura 13.6, se obtuvo lo siguiente:

$$\frac{\kappa}{\kappa_o} = \frac{DI^{-1.46}}{25000} \le 1.0 \tag{13.4}$$

donde  $K/K_o$  es ahora el factor de degradación de rigidez a corte, y *DI* la distorsión de entrepiso.

La Figura 13.7 compara los resultados obtenidos con las Ecuaciones 13.2 y 13.4. Note que mientras que la Ecuación 2 presenta la relación entre la rigidez total de ciclo y la rigidez total elástica medida experimentalmente en especímenes de mampostería, la Ecuación 2 ofrece la misma relación para la rigidez a corte estimada analíticamente en varios especimenes de mampostería. Dado que las curvas derivadas de ambas ecuaciones comparan razonablemente bien, puede concluirse que: A) La degradación de las propiedades estructurales de un muro de mampostería están asociados en lo esencial a su comportamiento a corte; y B) El modelo modificado de la columna ancha aquí propuesto tiende a arrojar resultados razonables durante el modelado de las edificaciones de mampostería. Note que las Ecuaciones 13.2 y 13.4 solo aplican a muros de mampostería confinada sin refuerzo interior, lo que implica que los coeficientes en estas ecuaciones deben recalibrarse para representar la degradación de rigidez de otros tipos de mampostería.



Figura 13.7 Comparación de funcionales para estimar el factor de degradación de ciclo.

#### 13.4 ANALISIS NO LINEAL DE EDIFICACIONES DE MAMPOSTERÍA CONFINADA

La curva de capacidad de una edificación (discutida en detalle con anterioridad) se obtiene con la ayuda de un análisis estático no-lineal bajo desplazamiento lateral monótonamente creciente. Durante este análisis, se aplica un patrón de cargas laterales que aunque varía en magnitud, mantiene su valor relativo en altura. Las fuerzas variables se aplican paso a paso hasta que la edificación alcanza su estado máximo de utilidad (usualmente asociado a la falla o colapso de la misma). En función de los resultados obtenidos de este análisis, es posible establecer una curva que relaciona el desplazamiento lateral global en la edificación con el cortante basal actuante. Cambios importantes en la curva de capacidad aportan información relevante sobre el comportamiento y nivel de daño en la estructura; es decir, proporciona herramientas para establecer las demandas de desplazamiento asociadas a la fluencia de la estructura, colapso de la estructura, etc.

Vale la pena recordar que para el análisis no lineal de marcos momentoresistentes, el comportamiento no-lineal se considera concentrado en articulaciones plásticas que usualmente se ubican en los extremos de columnas y vigas. Normalmente se desprecian para estos elementos la contribución de los efectos de corte, de tal manera que solo se considera durante el análisis sus propiedades a flexión. En contraste, los efectos de corte en muros de mampostería son importantes y deben tomarse explícitamente en cuenta durante su modelado analítico.

El análisis no-lineal de las estructuras debe considerar dos tipos de no linealidad: la que está relacionada con el comportamiento del material y la que está relacionada con la configuración deformada de la estructura. En el caso de las estructuras de mampostería, el umbral de desplazamiento asociado a su estado máximo de utilidad suele ser tan bajo que usualmente es posible despreciar el segundo tipo de no linealidad. Debido a lo anterior, los análisis que aquí se presentan solo consideran la no linealidad de la mampostería.

El modelado propuesto en este artículo para una edificación de mampostería implica modelar a su vez cada muro de mampostería a través de una columna ancha. Mientras que la rigidez a flexión de las columnas anchas se mantiene constante durante el análisis, la rigidez a corte se modifica de acuerdo a lo indicado en la Tabla 13.1 (modelo de Flores y Alcocer). La Figura 13.8 ilustra esquemáticamente la idealización de los muros de mampostería para dos condiciones de apoyo.



Figura 13.8. Idealización del modelo de la columna ancha



Figura 13.9 Modelo modificado de la columna ancha para espécimen 3D

Note que las propiedades que definen el comportamiento no lineal de la mampostería se asignan a una articulación en la base de los elementos.

Las curvas de capacidad mostradas en este artículo se obtuvieron con el programa *SAP2000 Advanced* (CSI, 2004). La Figura 13.9 muestra esquemáticamente el modelo modificado de la columna ancha utilizado para analizar el espécimen *3D* estudiado experimentalmente por Alcocer et al. (1993).

Conforme a lo mostrado, el comportamiento no lineal de los muros de mampostería se modela a través de una articulación ubicada en su base que contempla sus propiedades a corte.

La Figura 13.10 compara los resultados derivados de los modelos analíticos de los especimenes *W-W, WBW, WWW* y *3D* (Alcocer et al. 1993, 1994) con los valores medidos experimentalmente en dichos especimenes. A pesar de la elevada variabilidad exhibida por los resultados experimentales, puede decirse que el modelo modificado de la columna ancha ofrece estimaciones razonablemente conservadoras de las curvas de capacidad de



Figura 13.10. Respuesta experimental y analítica del espécimen W-W.



Figura 13.11. Progreso del daño en el espécimen 3D

los especímenes bajo consideración. Note que tanto la rigidez elástica como la resistencia asociada al primer agrietamiento son capturadas con elevada precisión por el modelo propuesto.

Es importante notar que aparte de estimar de manera razonable el comportamiento global de los especímenes a través de su curva de capacidad, el modelo propuesto en este artículo es capaz de establecer de manera razonable la evolución del daño estructural en los diferentes muros de mampostería. Esto se muestra en la Figura 13.11 para el espécimen *3D*, el cual exhibió en laboratorio daño severo en la planta baja y daño leve en la planta superior.

Antes de terminar esta sección, vale la pena mencionar que se hicieron estudios para observar el efecto de degradar la componente por flexión de la rigidez en la misma proporción en que se degrada la componente por corte. Al respecto, Zúñiga (2005) observa que el impacto de degradar la componente a flexión es mínimo en relación con los resultados arrojados por el modelo modificado de la columna ancha aquí propuesto.

### 13.5 DETERMINACIÓN DEL GRADO DE DAÑO EN LA MAMPOSTERÍA

Conforme a lo ilustrado en la Figura 12.1, uno de los objetivos de una metodología de evaluación por desempeño consiste en establecer el nivel de daño en los elementos estructurales de una edificación en función de sus demandas locales y globales de deformación. Por tanto, el modelo planteado hasta el momento debe complementarse con información como la que proveen las Tablas 13.2 y 13.3. Una vez que se haya estimado la demanda esperada de desplazamiento en la edificación para una excitación sísmica de interés, es posible establecer, a partir de los resultados de un análisis estático no lineal, la demanda máxima de distorsión en los muros de mampostería. A partir del valor de la distorsión crítica y las tablas en cuestión, es posible determinar el estado de daño en los muros (Tabla 13.3) o revisar si dicho estado de daño satisface un estado límite bajo consideración (Tabla 13.4).

**Tabla 13.2**. Daño y deterioro de las propiedades estructurales en muros de mampostería confinada (Ruiz-García et al. 1998)

Estado de daño observado.	Distorsión (%)	K/K <sub>o</sub>	V/V <sub>max</sub>	Grado de daño.
Fisuras horizontales por flexión. Fisuras verticales por flexión cercanas al paño de los castillos.	0.04	0.8	0.5	Ligero (I)
Primer agrietamiento por tensión diagonal de la mampostería.	0.13	0.35	0.85	Moderado (II y III)
Inicio de la penetración del fisuramiento inclinado en los extremos de los castillos.	0.20	0.27	0.90	Fuerte (IV)
Agrietamiento en forma de "X" en todos los paneles de mampostería.	0.23	0.24	0.98	Fuerte (IV)
Aplastamiento del concreto, agrietamiento horizontal distribuido en la altura de los castillos.	0.32	0.18	1.0	Fuerte (V)
Concentración de grietas diagonales en los extremos de los castillos. Desconchamiento del recubrimiento del concreto.	0.42	0.13	0.99	Grave (V)
Concentración del daño en los extremos inferiores de los castillos. Plegamiento del refuerzo longitudinal (Deformación en "S").	0.50	0.10	0.80	Grave (no se clasifica)

**Tabla 13.3**. Estados límite para muros de mampostería confinada (Astroza y Schmidt, 2004)

Estado Límite.	Distorsión (%)	
Estado límite de servicio	0.05	
Estado límite operacional	0.10	
Estado límite de daño controlado	0.17	
Estado límite de resistencia	0.22	
Estado límite ultimo	0.44	

La Figura 13.12 resume de manera esquemática la información contenida en la Tabla 13.2. Note que la evolución del daño estructural en las edificaciones de mampostería depende de las demandas máximas de deformación, y que la deformación máxima que debe permitirse en una estructura de mampostería durante una excitación sísmica severa debe estar acotada por la distorsión en que se alcanza el cortante máximo (0.35 % para el caso de la Figura 13.12). Si la demanda de desplazamiento lateral rebasa dicho umbral, la mampostería exhibe una pendiente negativa que inestabiliza de manera importante la respuesta dinámica de la edificación. Esto tiene dos consecuencias altamente negativas: A) El nivel de seguridad estructural de la edificación disminuye considerablemente y B) Se reduce sustancialmente la posibilidad de obtener estimaciones razonables de las demandas de desplazamiento en la edificación.



Figura 13.12. Daño estructural en mampostería en función de la demanda de deformación lateral

#### 13.6 SISTEMA EQUIVALENTE DE UN GRADO DE LIBERTAD

El proceso de evaluación por desempeño de una edificación requiere estimar su demanda máxima de desplazamiento lateral. Esto a su vez implica considerar explícitamente el comportamiento histerético de las estructuras de mampostería durante la estimación de su respuesta dinámica ante la excitación sísmica de diseño. Dado que las estructuras de mampostería tienden a poseer un periodo fundamental de vibración que es normalmente similar o menor al periodo dominante de las excitaciones sísmicas, su respuesta dinámica tiende a estar dominada por su modo fundamental de vibración. Bajo estas circunstancias, se vuelve atractivo estimar sus demandas máximas de desplazamiento a través del uso de un sistema equivalente de un grado de libertad (1GL).

Durante el planteamiento del sistema equivalente, es importante considerar la información necesaria para definir el comportamiento global de la edificación ante acciones dinámicas de carácter sísmico. Entre la información relevante esta la distribución de rigidez lateral y, por tanto de deformación, en altura. Es importante señalar que dicha distribución depende del nivel de daño estructural. En particular, una estructura de mampostería sin daño tiende a exhibir una distribución constante de rigidez en altura, lo que resulta en un patrón de cargas y deformaciones laterales cercano al triangular. Conforme se incrementa la demanda de desplazamiento en la estructura, el daño estructural tiende a acumularse en la planta baja, lo que resulta que la rigidez en dicha planta se reduzca considerablemente con respecto a la de los otros pisos y, por tanto, que el patrón de cargas laterales evolucione de uno triangular a uno rectangular. Dado que, como se discutirá en detalle más adelante, las propiedades estructurales del sistema equivalente de 1GL dependen de la distribución de desplazamiento lateral en altura (y por tanto de la rigidez lateral en altura), es necesario tener una estimación inicial razonable de la máxima demanda de desplazamiento lateral en la edificación o, en su caso, iterar hasta conciliar la distribución de rigidez lateral con la demanda máxima de desplazamiento de azotea.

A partir de la curva de capacidad de una estructura de mampostería (obtenida con el modelo modificado de la columna ancha), es posible establecer la curva de capacidad de su sistema equivalente de 1GL. Aunque la curva de capacidad de las edificaciones generalmente se establece en términos de su desplazamiento de azotea, durante el planteamiento del sistema equivalente de 1GL de una estructura de mampostería vale la pena referir su curva de capacidad con respecto al desplazamiento lateral del primer nivel. Esto debido a que precisamente es el primer nivel el que prácticamente acumula el daño estructural en la edificación. Las ecuaciones 6 a 9, planteadas originalmente por Ayala (1998), resumen la transformación de la curva de capacidad de una edificación a la curva de capacidad del sistema equivalente de un 1GL, la cual se ubica dentro de un espacio de seudo-aceleración,  $S_a$ , contra seudo-desplazamiento,  $S_d$ :

$$PF_{ij} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{N} m_k \phi_{kj} \\ \sum_{k=1}^{N} m_k \phi_{kj}^2 \end{bmatrix} \phi_{ij}$$
(13.5)  
$$\alpha_j = \frac{\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{N} m_k \phi_{kj} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{N} m_k \\ k \end{bmatrix} \sum_{k=1}^{N} m_k \phi_{kj}^2}$$
(13.6)

$$S = \frac{V}{V}$$
(13.6)

$$\alpha^{a} \alpha_{j}W$$
 (13.7)

$$S_d = \frac{\Delta_k}{PF_{ij}} \tag{13.8}$$

donde *N* es el número de pisos;  $m_k$ , la masa correspondiente al piso k;  $\phi_{ij}$ , el valor asociado al piso *i* correspondiente a la forma modal *j*;  $PF_{ij}$ , el factor de participación modal para el piso *i* en el modo *j*;  $\alpha_j$ , el factor de participación del cortante basal para el modo *j*; *W*, el peso total de la estructura; *V*, el cortante basal obtenido de la curva de capacidad; y  $\Delta_k$ , el desplazamiento lateral del entrepiso obtenido de la curva de capacidad del primer nivel. Para convertir la curva de capacidad de varios a un grado de libertad, se van tomando directamente de un punto de la curva de capacidad, pares de valores de *V* y  $\Delta_k$ . Estos valores se convierten conforme a las Ecuaciones 6 a 9 para obtener un punto de la curva de capacidad correspondiente al sistema equivalente de 1GL. Este proceso se repite hasta definir completamente la curva de capacidad que se desea establecer.

Una de las ventajas de obtener la curva de capacidad del sistema equivalente de 1GL en un espacio espectral, es que esta queda planteada en términos que se manejan usualmente en la práctica del diseño sísmico, tales como espectros de aceleraciones y desplazamientos. Una vez obtenida la curva de capacidad del sistema equivalente, esta se idealiza a través de una curva bilineal, lo cual define la envolvente del comportamiento histerético de la estructura. La Figura 13.13 muestra el modelo bilineal propuesto para una edificación de mampostería, el cual no ofrece resultados razonable cuando el desplazamiento global de la estructura excede el desplazamiento asociado al punto de resistencia máxima.



Figura 13.13. Simplificación de la curva de comportamiento a una curva bilineal

Aparte de la envolvente de comportamiento histerético de la mampostería, un análisis dinámico requiere establecer reglas que definan la degradación de las propiedades estructurales del sistema equivalente de 1GL en función de las demandas máxima y acumulada de desplazamiento lateral. Al respecto, Ruiz y Miranda (2003) observan que la respuesta histerética de las estructuras de mampostería puede modelarse de manera razonable a partir del modelo modificado de los tres parámetros (Cheok et al. 1998). A partir de la calibración de este modelo para estimar el comportamiento histerético del espécimen 3D, se obtienen los valores indicados en la Tabla 13.4 para los diferentes parámetros del modelo modificado de los tres parámetros.

, ,	Parámetros del modelo analítico.					
lipo de mamposteria	НС	HBD	HBE	HS		
Mampostería confinada	2.5	0.020	0.040	0.010		

Tabla 13.4 Parámetros del modelo modificado de los tres parámetros

Las Figura 13.16 compara los resultados experimentales con aquellos derivados del modelo modificado de los tres parámetros para el espécimen *3D*. Puede concluirse que el modelo modificado de los tres parámetros estima de manera razonable la capacidad de disipación de energía del espécimen, y que es capaz de modelar cercanamente la historia de cargas en el mismo.



Figura 14 historia de cargas en el mismo.



Figura 13.16 Comparación de respuesta experimental con simulación analítica, nivel 1 del Especimen 3D [a) Experimental, b) Analítica]

Si el sistema equivalente de 1GL es capaz de capturar la envolvente y las propiedades del ciclo histerético, entonces es posible estimar de manera razonable las demandas máximas de desplazamiento en las edificaciones de mampostería. Vale la pena mencionar que el uso de un sistema equivalente de 1GL como el aquí propuesto requiere calibrar los

resultados analíticos con información experimental. Hasta la fecha esto no ha sido posible por la falta de resultados experimentales obtenidos en pruebas dinámicas.

## 13.7 CONCLUSIONES

El modelo modificado de la columna ancha propuesto en este artículo es capaz de capturar de manera razonable la envolvente del comportamiento histerético de las edificaciones de mampostería. Un análisis estático no lineal bajo deformación lateral monótonamente creciente de una edificación de mampostería modelada de esta manera ofrece una estimación razonablemente conservadora de su curva de capacidad. Otra ventaja del modelo propuesto es que permite establecer el nivel de daño estructural relativo que exhiben los diferentes muros de la edificación, lo que a su vez permite identificar la ocurrencia del fenómeno de planta baja débil y flexible.

El modelo propuesto asigna a cada muro de la edificación de mampostería una columna ancha cuyas propiedades se obtienen de la envolvente de la curva cargadeformación propuesta por Flores y Alcocer (2005) para muros de mampostería confinada. La degradación de las propiedades estructurales se asigna exclusivamente a las propiedades a corte de cada columna ancha, de tal manera que el modelo propuesto pudiera no ser aplicable a estructuras que exhiban muros esbeltos.

La evaluación del desempeño sísmico de una edificación de mampostería requiere de la estimación de su demanda máxima de desplazamiento lateral. Dado que en la mayoría de los casos, el modo fundamental de vibración domina la respuesta dinámica de las edificaciones de mampostería, la estimación de dicha demanda puede hacerse de manera razonable a través de un sistema equivalente de un grado de libertad. Dentro de este contexto, el sistema equivalente debe ser capaz de capturar la envolvente y las propiedades del ciclo histerético de la mampostería.

Una vez obtenido el desplazamiento lateral máximo en la edificación de mampostería, es posible evaluar el nivel de daño estructural en los diferentes muros de mampostería, y así evaluar el desempeño sísmico de la edificación.

Es importante reconocer que la información que se dispone hasta el momento no abarca muchas situaciones que pueden presentarse en edificaciones reales de mampostería. Por tanto, es necesario seguir llevando a cabo estudios que integren los aspectos experimental, analítico y de campo para aportar información que permita calibrar de mejor manera modelos como el que aquí se presenta. A partir de esto, será posible establecer criterios mas racionales para el diseño de las edificaciones de mampostería.

# 13.8 REFERENCIAS

Alcocer, S M, T Sánchez y R Meli (1993), "Comportamiento de la Estructura Tridimensional de Mampostería Confinada de Dos Niveles del CENAPRED", *Informe para el Instituto Nacional para la vivienda de los trabajadores*, Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), junio, pp. 36-39.

Alcocer, S M, R Meli, T Sánchez y L Flores (1994), "Comportamiento ante Cargas Laterales de Sistemas de Muros de Mampostería Confinada con Diferentes Grados de Acoplamiento a Flexión", *Cuaderno de Investigación*, No. 17, Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), julio, pp. 53-76.

Astroza, M y A Schmidt (2004), "Capacidad de Deformación de Muros de Albañilería Confinada para Distintos Nieles de Desempeño", *Revista de Ingeniería Sísmica*, SMIS, No. 70, pp. 59-75.

Ayala, G (1998), "Evaluación del Desempeño Sísmico de Estructuras-Un Nuevo Enfoque", *Repote Técnico*, Academia de Ingeniería, México.

Bazán, E (1980), "Muros de Mampostería ante Cargas Laterales Estudios Analíticos", *Tesis Doctoral*, Facultad de Ingeniería, UNAM, pp. 72-89.

Cheok, G, W Stone y S Kunnath (1998), "Seismic Response of Precast Concrete Frames with Hybrid Connections", *Technical paper*, ACI Structural Journal, No. 5, pp. 527-532.

CSI (2004), "SAP2000 Advanced 9.0.3", *Computers and Structures, Inc.*, Berkeley, California.

Federal Emergency Management Agency (1997), "NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings" *Reports FEMA 273 (Guidelines) and 274 (Commentary)*, Washington, D.C.

Flores, L y S M Alcocer (1995), "Estudio Analítico de Estructuras de Mampostería confinada", Informe de tesis de maestría, Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), agosto, pp. 46-49.

Meli, R (1979), "Comportamiento Sísmico de Muros de Mampostería", *Serie del Instituto de Ingeniería*, No. 352, 2ª Ed., Instituto de Ingeniería, UNAM, México, pp. 14-49.

Miranda, E., (1999), "Comportamiento Mecánico de la Mampostería Confinada", *Edificaciones de Mampostería*, Fundación ICA, México, pp. 73-82.

Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería", *Gaceta oficial*, Gobierno del Distrito Federal.

Ruiz-García, J, T Sánchez y S M Alcocer (1998), "Rehabilitación de Muros de Mampostería Confinada Mediante Malla de Alambre y Recubrimiento de Mortero", *Memorias del Onceavo Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Monterrey, México, pp. 808-889.

Ruiz-García, J y E Miranda (2003), "Evaluación de los Factores de Reducción de Resistencia por Ductilidad para Estructuras de Mampostería Cimentadas en Terreno Firme", *Revista de Ingeniería Sísmica*, SMIS, No. 69, pp. 1-23.

Sánchez, T, S M Alcocer y L Flores (1996), "Estudio Experimental Sobre una Estructura de Mampostería Confinada Tridimensional, Construida a Escala Natural y Sujeta a Cargas Laterales", *Memorias del Décimo Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Yucatán, México, pp. 909-918.